1523

ELEMENTA CONICA

APOLLONII PÆRGEI

Et

ARCHIMEDIS OPERA

Noua & breuiori methodo demonstrata

A IOANNE ALPHONSO BORELLIO.

ROMÆ, Apud Mascardum, MDCLXXIX.

Superiorum permissu.

EMINENTISSIMO

ET REVERENDISSIMO

S. R. E. Cardinali ampliſſimo

D. FOELICI ROSPIGLIOSO.

IO. ALPHONSVS BORELLIVS F.

TANTA eſt (EMINENTISSIME PRINCEPS) ſimilitudo, & affinitas inter Mentem, & Viſum, vt Oculis non minus, quam Intellectu cæci, aut perſpicaces homines cenſeantur; & ſicuti infælices Cæci reputantur, quia luce diurna frui non poſſunt, ita infælices ſunt rudes homines, & ſtolidi, qui adinſtar Stolonum facultate ratio-

cinandi carent. Insuper nõ secus nil vident oculis capti, quam is, qui in antro obscuro vitam transigeret, aut interdiu oculos semper occlusos retineret; immò tales spontè cæci infæliciores esse videntur ijs, quibus natura, aut morbus oculos abstulit. Sic quoque minus infælices sunt & minus detestabiles, qui carent lumine intellectus, quam qui vi ratiocinandi non vtuntur, quia nempè cum Dei beneficentia homines sint, spontè veluti à Circe in bruta animalia, aut plantas transformantur, Iis verò peiores reputo eos, qui vì præclara rationis abutũtur, perpetuò occupati in vanis, fictitijs, fabulosis, aut sophisticis speculationibus, pascendo nempe præclaram

huma-

humani intellectus facultatem cibis ne dum inutilibus, sed etiam noxijs.

E contra optima, & iucundissima est hominis connaturalis, & propria operatio, seu inspectio & contemplatio veritatum; quia *quod cuiusque proprium est natura, idem & optimum est, & iucundissimum. & philosophia mirabiles habere & puritate & nobilitate voluptates videtur &c. ipsa enim contemplatio per se ipsa est pretiosa* vt ait Arist. * itaque cum intellectus suo connaturali cibo pascitur contemplando eximias, diuinasque veritates *tunc* (vt ait Seneca *) *consummatum habet plenumque bonum sortis humanæ, cum calcato omni malo petit altum & in interiorem naturæ sinum venit &c. & cum illa* (Cæli

* Mor. l. 16.

* natur. quæst.

nempe & naturæ arcana) *tetigit alitur, crescit: ac velut vinculis liberatus in originem redit, & hoc habet argumentum diuinitatis suæ, quod illum diuina delectant; nec alienis interest, sed vt suis*. Si igitur cognitio veritatum est homini connaturalis, & iucunda, erit profectò eò maior & præstantior, quò cognitio perfectior, nempe certior est, *quia quousque protenditur contemplatio eò vsque etiam fælicitas se extendit*: Cumque inter scientias lumine naturæ cognitas nusquam puriores, nempè euidentiores absque ambiguitatibus, & sophismatibus reperire liceat, quam *in parte illa philosophiæ, quæ Mathematicæ* appellantur, inter quas summopere præcellant acumine, & præstan-

Arist. mor. 10.

Methaph. 6.

tia

tia virorum admirabilium Archimedis phœnicis ingeniorum, & Apollonij magni geometræ ſpeculationes, decreui tam nobile ſtudium pro viribus promouere; eò libentius, quòd videam à paucis eas attingi ob ſummam earum difficultatem; & tamen adeò neceſſariæ ſunt, vt quicumque Apollonij Conica, & Archimedis opera non legerit, & exactè non calluerit, inter mathematicos recenſeri non mereatur. Hanc ipſam difficultatem non deſunt, qui ſummopere commendent, cenſeantque ineuitabilem eſſe obſcuritatem, cum res ſublimes, & natura ſua abſtruſæ traduntur. Immo aiunt, res eximias obſcura methodo tradi debere, nè facilitas ipſa contemptum

pa-

pariat, & raritas & acquirendi difficultas illis pretiosit. Ego è contra ſemper odi talem ſeueritatem, ſeu inuidentiam profectus aliorum; cum multoties prolixas propoſitiones, & obſcura methodo traditas ab antiquis libētius proprio marte demonſtrauerim, quàm eas legere potuerim. Igitur aliorum genium ex meo diiudicans cenſeo, quod prolixitas & obſcuritas potiùs arceat, alienetque iuuenes ab egregijs ſtudijs mathematicis, proindeque facilitate alliciendos eſſe.

Hiſce rationibus motus decreui non textum Apollonij, & Archimedis nouis commentarijs explanare (quod alij egregiè fecère) nec paraphraſim eorumdem operum conſtruere, ſed res

ip-

ipſas, nempè propoſitiones admirabiles eorum noua methodo breuiori, & clariori demonſtrare. Eaſque, Princeps Eminentiſs., tibi, & memoriæ numquam perituræ Excellentiſſimi D. Thomæ germani tui, olim mei auditoris, cuius Indolem beneficã, & morum ſuauitatem Roma fleuit, & adhuc miratur, dicare volui, vt extet hoc qualecumque mei amoris, & obſeruantiæ monumentum. Vale.

In-

Imprimatur si videbitur Reuerendiss. Patri Sac. Pal. Apost. Mag.

I. de Angelis Archiep. Vrbinat. Vicesg.

Imprimatur,
Fr. Raymundus Capisuccus Ord. Prædic. Sac. Pal. Apost. Magist.

APOLLONII
PERGÆI
ELEMENTA CONICA

Noua breuiorique methodo demonſtata

PROOEMIVM
[I]OANNIS ALPHONSI BORELLI.

ANTIQVIS innotuiſſe conicarum ſectionũ ſpeculationes cõſtat ex Pappo, Gemino, & Eutocio. verum talis diſcipli[na] ab initio rudis ſenſim incremen[tu]m ſuſcepit, indefeſſo ſtudio anti[qu]orum, ſicut in cæteris artibus con[tig]it. Horum primus cuius notitia [a]d nos peruenit fuit Ariſteus ſenior, [q]ui floruit 350 annis ante Chriſti [n]atiuitatem. Is vt ait Pappus lib. 7. [C]ollectionum mathematicarum lu[c]ulenter conicas ſpeculationes con[ſ]cripſit. Hunc ſequutus eſt, eo[d]em ſeculo, Euclides quintus (ſed [e]gregius elementorum geometriæ collector) hic vt idem Pappus teſtatur libris quatuor memoriæ prodidit ea quæ antiquitus inuenta fuerant de conicis ſectionibus. Archimedes quoque ſequenti ſeculo multis in locis ſectionum conicarum mentionem facere videtur veluti rei antiquæ: non quidem vt ait Eraclius Archimedem primum agreſſum fuiſſe conica theoremata. Sequutus tãdem eſt, annis ante Chriſtum 150, Apollonius Pergeus qui expreſſe ait ſe vberius & vniuerſalius quam alij hæc expoſuiſſe. Poſt Eutocium

diligentissimum Apollonij conmentatorem; qui floruit 400 Annis post Christi domini natiuitatem, nullum alium extitisse nouimus, qui conica tractauerit præter Arabes, qui anno Christi 900. paraphrasim septem librorũ Apollonij confecerunt, quorum tres posteriores additis notis vberioribus euulgaui. Post Arabes Fr. Maurolicus Messanensis primo nitidissimè libros 4. conicorũ Apollonij exposuit, quintum & sextum libros proprio marte adinuentos adiunxit anno 1547. deinde lib. 2. de lineis horarijs anno 1553 breuiarium conicorum composuit, in quo egregias demonstrationes excogitauit linearum tangentium sectiones conicas & asymptotarum quas ob eorum summam prestantiam duo viri præclari Midorgius anno 1639, & Gregorius à S. Vincentio anno 1547. amplexati sunt, & ijs sua opera exornarunt. Cæterum omnes retinent illam perplexam primariam conicarum sectionum generationem quam Apollonius tradidit, secando nempe conum duplici plano, vno per axim ducto, altero secante conum per rectam lineam per-larem ad basim tri-li per axim, & sectionum diametros esse probant communes sectiones tri-li per axim & plani sectionis conicæ. Obseruarunt postea quod aliæ rectæ esse possunt diametri

earundem sectionum, easque ap
llarunt diametros secundarias,
arum passiones progressu laborio-
imo non ex ipso conosecto, sed
planis figuris inquirunt, & de-
onstrant.

Hanc molestissimam prolixitatem
grè ferens tentare volui, an breuiori
a & minus molesta idipsum conse-
ui possem. Et diù meditanti, tan-
em in mentem venit modus breui-
r, & euidentior eliciendi geneses
ectionum conicarum vniuersalissi-
nã, exhibens coniunctim primarias
x secundarias diametros, earumque
præcipuas proprietates in ipsomet
cono secto; sicuti Maurolicus in ip-
so cono felicissimè proprietates tan-
gentium & asimptotarum linearum
via directa & perspicua adinuenit.
Hac & vniuersam doctrinam Ele-
mentarem conicarum sectionum
paucissimis pro-bus complexus sum,
non enim excedunt 63. Nolui ta-
men addere ea quæ in notis libro-
rum 5. 6. & 7. Apollonij antea
scripsi, cum illa iam prostent. Ne
tamen putes erudite lector in hac
breuitate me rigorem geometricum
nempe demonstratiuum neglexisse.
Nefas enim est nitorem, & prestan-
tiam scientiarum mathematicarum
deturpare, & obtenebrare, adducen-
do probabiles, & coniecturales ra-
tiones loco demonstrationum.

Monendus es postremo loco citationes pro-tionum Euclidis in margine positas esse nostri Euclidis restituti, quorum primus numerus latinis notis expressus indicat librum; secundus vero arabicis ciphris notatus indicat pro-nem eiusdem libri.

DEFFINITIONES.

I. *Tab. 1. fig. 1.* SI a puncto sublimi D ad Circuli subiecti AB peripheriam, recta linea ADE indefinitè producatur vtrinque in F, L; & rotetur circà totam circumferentiam ABKA, manente puncto sublimi D fixo. Vtranque superficiem curuam a recta linea ADE reuoluta descriptam, indefinite producibilem ab extensione eiusdem rectæ lineæ. Voco *Superficiem Conicam*. Et ambas appello superficies *Conicas Inuersas*.

II. *Fig. eadem* CONVM Voco solidum contentū a Circulo subiecto ACB, & à superficie conica vsque ad punctum fixum D.

III. *VERTICEM* Coni punctum fixum D.

IV. *AXEM* Voco rectam lineam CD verticem, & circuli Centrum C, coniungentem.

V. *BASIM* Coni Voco Circulum subiectum ABK.

VI. RECTVM Conum Voco eum, qui habet Axim DC, perpendiculariter

ele-

eleuatum supra basim AB.

SCALENVM Conum eum, cuius Axis DC inclinatus est ad Circulum AB. VII.

LATVS Coni dicitur recta linea AD superficiem Conicam describens, vbilibet posita in periphæria basis, A, vel B, vel K. VIII.

SECTIO Conica dicitur illa, quæ efficitur à plano, non per Verticem Conum secante. IX.

Tab. 1. fig. 2. *SI* recta linea AD secetur in tria segmenta, fueritque primum AB ad intermedium BC, vt tota AD ad postremum segmentum DC. Vocetur illa linea AD dissecta in *Conterminali Analogia* in B, C. X.

ET quatuor rectæ lineæ EA, EB, EC, ED, à quolibet sublimi puncto E ductæ, diuidentes aliam rectam lineam vt AD in Conterminali Analogia: Vocentur *Effectrices* Conterminalem Analogiam. XI.

PROPOSITIONES.

PROPOSITIO I. *Tab. 1. fig. 3, 4, 5, 6.* Si quatuor recta linea AB, AC, AD, AE ab eodem puncto A ductæ secuerint aliam rectam BE in conterminali ratione, scilicet sit BC ad CD, vt BE ad ED, & alia FH par-la sit cuilibet AE, vbicumque ducta fuerit. Dico quod tres

reliquæ intercipient duo ſegmenta FG, & GH interſe æqualia.

Et primo *in fig.* 4 tranſeat recta FH per C concurſum AC, & BE. Quia BE ad ED eſt vt BC ad CD, erit permutando EB ad BC, vt ED ad DC, & ob par-las AE & FH, triangula ABE, FCB, & ADE, H

a IV.4. DC ſunt ſimilia *a* ergo ita eſt AE ad FC, vt EB ad BC, ſiue vt ED ad DC: ſed eadem AE ad CH eſt vt

b III.4 ED ad DC. igitur *b* FC eſt æqualis CH.

Secundo FH non tranſeat per occurſum C; & per C *in fig.* 3. 5. *&* 6 extendatur recta OCK par-la FH, ſeu AE. Ergo (ex prima parte) OK ſecatur bifariam in C: eſtque FH

c ex eis. par-la OK *c* igitur ſicuti in OK efficiuntur duo ſegmenta æqualia à tribus rectis AB, AC, AD diſcedentibus à puncto A, ſic quoque FH, ab eiſdem ſecatur bifariam in G. quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO II. Hijſdem poſitis *tab.* 1. *fig.* 7. HF ſecta ſit bifariam in puncto C. Dico fore FH parallelam reliquæ AE.

a huius 1. Sin minus, ducatur recta linea OCN parallela AE. Ergo *a* OC, æqualis eſt CN & erat FC æqualis CH, circa angulos ad verticem C æquales. Ergo Triangula OCF, NCH ſunt inter ſe ſimilia. Ergo Angu-

gu-

lus COF eſt æqualis Angulo C H; & ſunt Alterni. Ergo *b* lineæ rectæ BA; HA ſunt inter ſe parallelæ; & conueniunt in puncto A. uod eſt abſurdum. Ergo non-ia quam FH ſecatur in C bifariam. *b I. 16.*

PROPOSITIO III. *tab. 1. fig. 8*

Si recta FH ſecetur in duas partes æquales à tribus rectis ab eodē puncto diſcedentibus & parallela ſit quartæ AE. Dico quod quælibet recta BE occurens illis quatuor, ab eis ſecatur in conterminali ratione.

Per punctum G in recta AC ſumptum ducatur recta OGK parallela ipſi FH, ſeu AE: *a* erit quoque OK ſecta bifariam in G, ſicut ei parallela FH ab eiſdem tribus rectis AB, GA, AD, ſecta in duas partes æquales erat. Et quia propter parallelas OK, AE, & ſimilitudinem triangulorum *b* recta EB ad BG, eſt vt AE, ad OG: & ED ad DG eſt vt eadem AE ad KG, ſeu ad ei æqualem GO. Ergo EB ad BG eſt vt ED ad DG. quod &c. *a ex IV 4.* *b ex eadem*

PROPOSITIO IV. *Tab. 1. Fig. 9.*

Si Vna recta linea FH ſit parallela vni AE ex quatuor diſcedentibus ab eodem puncto A, & in ea efficiantur duo æqualia ſegmenta FC CH à tribus reliquis. Dico quam-

libet rectam lineam GM. in duas æquales partes sectam à tribus ex eis esse parallelam quartæ: & si GM parallela sit vni AB, secabitur à tribus reliquis in duas partes æquales.

Quia ex eo quod recta FH parallela vni AE secatur in duas partes æquales a tribus reliquis. Sequitur a quod secantes efficiunt Conterminalem proportionem. Ergo qualibet GM parallela vni AB secabitur bifariam in Y: Et si b bifariam secatur erit parallela AB. quod &c.

a huius 3. ex

b huius ex 2.

PROPOS. V. Tab. I. Fig. 10, 11, 12. Si in Circulo à quolibet puncto A ducatur tangens AC; & AE sit perpendicularis ad diametrum FD, occurrentem tangenti in C. Dico quālibet rectam ex puncto C ductam à circulo secari conterminali proportione in punctis C, D, E, F.

est Pars 38. lib. 3. Apo.

Sit primo CDF diameter, & coniungantur rectæ lineæ AD, AF: Et ODP parallela sit ipsi AF. Quia AB est perpendicularis ad Diametrū DF. Ergo a Arcus AD est æqualis arcui BD, quibus insistent anguli æquales; & ideo angulus DAB est æqualis Angulo DFA: Estque b Angulus CAD à tangente, & secante factus, æqualis Angulo AFD in alterno segmento. Ergo Angulus EAD est æqualis Angulo DAC; suntque Anguli ODA, PDA recti, cum

a II. 19 17.

b II. 24

um sint æquales c alterno DAF in c I. 16.
semicirculo. Ergo latera OD, D d II.20
' sunt æqualia; Et est OP paralle-
AF, & secatur in duas partes æ-
uales à tribus reliquis, ex puncto
ductis. e Ergo diameter CF du- e huius
a per punctum D secatur a quatu- 3.
r lineis in Conterminali propor-
one in punctis C, D, E, F.
Secundo *Tab. I. Fig.* II. *et.* 12. Si
E non sit diameter; dummodo per
occursum diametri &tangentis,aut
ametri & applicatæ AB vsque ad
E perp-rem ad diametrum transe-
. Dico DF secari in C, E prop-
conterminali.
Ducantur rectæ lineæ DG, DH
, DI, HF, FK, & FN paralela
G. Quia f CI per centrum tran- f ex par
ens in Circulo secatur à tangente te I.
perpendiculari AB in Contermi-
ali proportione in punctis C,G,H,
. Idemque prestant quatuor rectæ
puncto D cadentes, quæ sunt DC,
G, DH, DI. Ergo g FN, quæ g hui. 1.
ucta est parallela Vni DG, secatur
duas partes æquales a tribus reli-
uis: Et in M Anguli sunt recti, h I. 16.
um h sint æquales Alterno GDI,
ui in i semicirculo est rectus. Er- i II.20.
o in triangulis FDM, & NDM
nguli FDI, IDK sunt æquales.
t ideo l Arcus FK secatur in I bi- l II.16.
riam. Ergo subtensa FK secatur à 19.
iametro GI bifariam, & perpen-

dicularicer in O. Ergo FK est parallela AB perpendiculari quoque ad GI. Cumque CFE secetur a quatuor rectis lineis ex puncto H descendentibus, & FK, quæ est parallela vni HE secatur in duas partes æquales à tribus reliquis. Ergo m secatur Conterminali ratione in punctis C, D, E, F. quod &c.

m hui. 3.

est Pars 37. lib. 3. Ap.

PROPOSITIO VI. *Tab. I. Fig.* 13. Si vna recta linea CF ducta ab eodem puncto C extra Circulum sumpto, secta sit a linea AB perpendiculari ad Diametrum in Conterminali ratione. Dico quod quelibet alia recta linea CI ducta ab eodem puncto C secans circulum, pariter secatur in conterminali proportione. Et si duæ rectæ lineæ AC, BC tangentes circulum ducantur ab eodem puncto C. Dico quod linea AB iungens contactus secat in Conterminali ratione omnes lineas ab eodem puncto C intra Circulum ductas. & recta AE coniungens contactum vnius tangentis A & punctum E rectæ diuisæ in Conterminali ratione. Dico quod per reliquum contactum B transibit.

Primum probatur. Quia ex eo quod CF secatur conterminali ratione: (facta eadem constructione præcedentis propositionis). ostendetur quod Diameter CI etiam in conter-

mi-

minali ratione secatur a recta linea
BA. Et hinc constat a quamlibet a huius.5.
liam ductam ab eodem puncto C,
secari a perpendiculari in Conter-
minali ratione.

Secundum probatur quia coniun-
ctis radijs OA, OB & OC in tri-lis
OAC, OBC radij Circuli OA, O
B sunt æquales,& CO est latus com-
mune, cui opponuntur anguli b re- b 11.21
cti ad contactus A, B: ergo rectæ C
A, CB sunt æquales, & anguli AC
O, BCO æquales quoque sunt. qua-
re in tri-lis ACH, BCH latus CH
cum sit commune,& latera AC, BC
æqualia circa angulos æquales, erunt
AH, BH æquales, & anguli ad H
recti; ergo c CI secatur conterminali ratione. Et sic alia quælibet. c huius.5.

Tertium probatur. Si recta linea,
quæ à contractu vnius tangentis A
ducitur ad punctum E secans quam-
libet CF in conterminali proportio-
ne non transit per reliquum conta-
ctum B alterius tangentis Sit CX
tangens & iungatur AX, secans
in punctio S, lineam CF. Ergo d in d huius.
S, conterminali ratione secatur. pars 2.
Quod est falsum. &c. quod &c.

PROPOSITIO VII. Tab. I. Fig.
4. 15. Si a Termino communi A
vel I diametri HK Circuli in con-
terminali ratione diuisę, ducatur quę-
libet recta linea AFD secans Cir-

 culum

culum. Dico quod concurſus N perpendicularis EI ad diametrum KH à Termino communi eductæ; & GO perpendicularis ex centro ad DF, erit idem ac concurſus tangentium à punctis D, F, eductarum.

Iungantur radij FG, CG, DG: & rectæ lineæ FNDN. Quia An-
a *II* 20 guli AIN, & AON recti ſunt equales. Ergo *a* per quatuor puncta A, I, O, N Circuli peripheria tranſit;
b *IV*. 22. quam ſecant duæ rectæ lineæ GIA, GON concurrentes in G. Ergo *b* rectangulum AGI eſt æquale rectangulo NGO. Et quia Triangula ACG, CGI ſunt rectangula, & habent angulum communem IGC.
c *IV*.9. Ergo *c* AG, GC, GI ſunt continue
d *IV*.14 cor. 2. proportionales. Ergo *d* rectangulum AGI eſt æquale Quadrato GC.
e *eadē* & *e* rectangulum NGO eſt æquale quadrato FG. Ergo lineæ NG, FG, GO ſunt continuè proportionales circà angulum communem NGF.
f *IV*.9 Ergo *f* Triangula NGF, FGO ſunt ſimilia; & ideo Angulus GFN eſt æqualis angulo recto GOF.
g *II*.21 Quare *g* linea NF circulum tangit in in F. Eadem ratione recta ND demonſtrabitur tangere circulum in D. Ergo in puncto N concurrunt, & linea EI eſt perpendicularis ad diametrum, & radius GO perpendicularis ad FD; & duæ tangentes ab

F

D. eductæ. quod. &c.

PROPOSITIO VIII. *Tab. I.* .16. Si ab aliquo puncto B lateris G trianguli AGH, Ducatur re- linea BD parallela lateri opposi- AH & secet intra Triangulum aslibet rectas lineas EK,HG sub- ndentes verticis angulum A, quæ t parallelæ basi HG. Dico quod ctangula sub segmentis subtensa- sunt vt abscissæ ex linea secante, ilicet rectangulum HFG ad re- angulum EIK, est vt linea FB ad I.

Quia linea EIK parallela est lineæ FG; pariterque FI parallela est E. Ergo in parallelogrammo E FI *a* latera opposita EI,FH sunt ter se æqualia: & ideo *b* rectangu- n EIK ad rectangulum HFG æ- e altum habet eandem proportio- m, quàm basis IK ad FG. Estque B ad BF, vt IK ad FG (ob simi- udinem Triangulorum BIK, BF). Ergo rectangulum EIK ad re- angulum HFG se habet vt abscis- IB ad abscissam BF. quod &c.

a I. 26. b IV. 1. c IV. 4.

PROPOSIT. IX. *Tab. I. Fig.* 17. . Si a puncto B lateris AL in Tri- ngulo ALC ducatur recta linea B subtendens angulum Verticis C L: Vel eum qui deinceps est: *in* , *fig.* & sit parallela rectæ AM a-

Ver-

Vertice ad basim CL intra vel extra triangulũ ductæ, atque intra Triangulum quodcunq; rectæ lineæ EK, HG subtendentes angulum Verticis sint parallelę basi CL. Dico rectangula sub segmentis prioris in eam vel extra factis se habere vt rectangula sub segmentis subtensarum. Scilicet rectangulum BID ad rectangulum BFD, se habere vt rectangulum EIK ad rectangulum HFG: & vnum rectangulum DFB ad rectangulum HFG, se habere vt quadratum AM ad rectangulum LMC.

a IV.13 Quia ratio *a* rectanguli DFB ad rectangulum HFG componitur ex proportione DF ad HF: & ex proportione FB ad FG. Estque *b* AM.

b IV.4 ad MC vt DF ad FH, (ob similitudinem Triangulorum, & ob equidistantiam rectarum HFG, & MCL atque rectarum BD, & MA.) Et similiter AM ad ML se habet vt BF ad FG. Ergo ratio rectanguli DFB ad rectangulum HFG componitur ex ratione AM, ad MC, & ex ratione AM, ad ML. Verum ex

c IV.13 ijsdem rationibus *c* componitur proportio quadrati AM ad rectangulum LMC. Igitur compositæ rationes eædem inter se sunt; scilicet ratio rectanguli DFB ad rectangulum HFG est eadem ac quadrati AM ad rectangulum LMC.

Eo-

Eodem ratiocinio rectangulum
IB ad rectangulum EIK erit, vt
m quadratum AM ad rectan gu-
n LMC: Quare rectangulum D
B ad rectangulum HFG eandem
ionem habebit, quam rectangu-
n DIB ad rectangulum EIK, &
rmutando rectangulum DFB ad
c-lum DIB est vt rec lum HFG
rec lum EIK. quod &c.

PROPOSITIO X. *Tab.I.Fig.19*

Conus CAF secetur plano ABC
r verticem eius C; sectio in Co-
facta Triangulum erit. Si verò
etur plano NGH parallelo cir-
lo basis: Sectio circulus erit.

Apoll. 3.4.lib. 1.

Quia recta linea, quæ est latus
oni per C, & A extensa iacet in
raque superficie, plani nempe C
B, & superficiei Conicæ: Ergo
cta linea CA quæ est latus coni
incidit cum earum communi se-
ione. Ergo communis sectio AC
nea recta est: & sic BC est linea
cta; quare CAB triangulum erit.
Secundo per axim CD coni du-
ntur quælibet plana CAD, & CB
) a quæ triangula efficient: & desi-
nabunt in planis ABF, & NGH
arallelis inter se, b rectas GE; &
D communes sectiones parallelas
nter se. & NE, AD paralellas
uoq; inter se. Ergo ob similitudinẽ
riangulorum c erit BD ad GE, nec
on AD ad NE, vt DC, ad CE; &
ideo

a ex pa. 1.

b VI. cor. 9

c IP. 4

ideo BD ad GE, erit vt AD ad NE: suntque radij BD, AD æquales. Ergo GE, NE etiam inter se erunt æquales. Et sic reliquæ omnes rectæ lineæ a puncto E ductæ ad rotundam sectionem erunt æquales. Ergo sectio GNH circulus erit.

Apoll. 32. lib. 1. PROPOSITIO XI. Tab. I. Fig. 20. In cono ABC à quolibet puncto O sectionis FOI factæ a plano non per verticem Coni A ducto. Dico duci posse rectam lineam curuæ sectioni occurrentem, quæ in eodem plano sectionis existens extra ipsam cadat. Et in locum inter tangentem & sectionem aliam rectam lineam duci non posse.

Per O, & verticem A ducatur latus Coni AO secans circulum basis BCF in B; & per B a ducatur recta linea BG tangens circulum, & per lineas AB, BG ducatur planum ABG, quod secet planum sectionis FOI poductum in linea recta OM. Dico lineam tangentem OM cadere extra curuam sectionem; & inter eam & tangetem lineam ad contactum duci non posse aliam rectam. Quia superficies Conica efficitur à translatione rectæ lineæ per punctum fixum A & per totam periphæriam circuli BAF circumductæ. Ergo totidem latera coni duci possunt quot sunt puncta assignabilia in eadem

a 17. 3.

dem

n circuli periphæria: horum
ò vnum latus AB tantummodò
uenit cum recta linea GB circu-
n tangente in vnico puncto B, & b II.21
adente extra circlum in eius pla-
. Ergo tota recta linea GB cadit
ra conum: & planum GBA ca-
extra superficiē conicā, cum non
ueniant nisi in recta linea AB,
e latus coni est (propterea quod
nes infiniti circuli ducibiles in
o paralleli circulo BCD tangent
num ABG in aliquo puncto li-
AB). Quare OM existens in
em plano tangente cadet extra
icam superficiem; & ideò extra
ionem OIF, in eadem superfi-
conica existentem. Secundò à
tactu O inter OM & sectionem
O, & in eius plano ducatur vt
que recta linea HO; & per line-
AB, HO ducatur planum, quod
bit circulum basis in aliqua re-
linea BN. Et quia planum
N cadit inter planum ABG ad
es coni. Ergo BN cadit inter
am BG tangentem circulum ad
es eiusdem circuli. Igitur c B c II.21.
irculum BDF secabit; ita vt ali-
eius portio; vt BZ intra circu-
intercipiatur; & ducto latere
i ZA secabit rectam lineam OH
ano trianguli ABN existentem
ubi, vt in V distincto à puncto
Quare existet quoque punctum
V in

V in ſuperficie conica, & puncta omnia rectæ lineæ VO inter V, & O exiſtentia, cadent intra triangulum ABZ; & ideò intra conum, & intra ſectionem OVF cadent. Ergo in loco inter tangentem MO & coni ſectionem OVF nulla recta linea ad contactum O duci poteſt. Quod &c.

DEFFINITIONES II.

XII. *Tab. II. Fig. 2.* Si planum conicæ ſectionis HFO æquidiſtans fuerit plano ABK conum in quolibet eius latere AB tangenti. Vocatur HFO *Parabola*.

XIII. *Tab. I. Fig. 30. 31.* Si vero æquidiſtans fuerit alicui plano AFR per verticem A extra conum cadenti, quod proindæ omnia coni latera ſecabit, & efficiat ſectionem rotundam GHIL. Vocetur *Ellipſis* ſi circulus non fuerit.

XIV. Atſi ſectio æquidiſtans fuerit plano quolibet ADE conum ſecanti per verticem A (*in Tab. I. Fig. 26*) tunc vtraque ſectio GHI. vel ML in vnoquoque conorum genita vocatur *Hyperbola*, & binæ ſimul vocentur *Sectiones Oppoſitæ*.

Nomina Parabolæ, Hyperbolæ & Ellipſis imponuntur ab Apollonio in fine cuiuſlibet pro-num 11, 12, 13, & 14. poſtquam exactiſſimè licet

pro-

rolixè declarauit proprietates ha-
um figurarum. Verum non nulli
um breues esse laborant obscuri &
leficientes fiunt, vt videre est in
lefinitione.Parabolæ à Pappo relata
licebant enim Parabolam esse quã-
libet sectionem para-lam lateri coni,
quod est falsum. duci enim possũt
infinita plana conum secantia ad in-
uicem inclinata quæ par-la sint ei-
dem lateri coni, quorum vnum so-
lummodo parabolam constituit, nẽ-
pe illud quod æquidistat plano co-
num tangenti in illo latere. reliqua
vero plana hyperbolas semper effi-
ciunt licet par-la sint eidem lateri
coni.

Similiter laudare non possum de-
finitiones eorum,qui aiunt Parabo-
lam esse quamcumq; coni sectionem
cuius diameter æquidistat lateri tri-
li per axim coni ducti. Et Hyper-
bolam vocant quamcumque coni se-
ctionem cuius diameter, alij aiunt
cuius planum, alterutri crurum tri-li
per axim coni vltra verticem occur-
rit. Et Ellipsim vocant quamcum-
que coni sectionem cuius diameter
duobus cruribus tri-li per axim coni
infrauerticem occurrit. Tales defini-
tiones admitti non possunt quia infi-
niti tri li per axim coni duci possunt
quorum crura par-la non sint diame-
tro eiusdem parabolæ, quæ tantum-
modo cruri vnius tri-li per axim
æqui-

æquidiſtare poteſt, nempe illius cuius baſis per-laris ſit ad baſim ſectionis conicæ; cumque talis conditio non apponatur falſa erit aſſertio & idipſum de hyperbola & ellipſi dici poteſt.

Præterea tab. 1. fig. 27, 29, & 31. infinitæ Hyperbolæ & Ellipſes in eodem cono duci poſſunt quarum diameter HL nulli crurum tri-li per axim coni occurrit, ſed potius cruribus AQ, AS tri-li AQS non per axim coni trãſeuntis. Tales ambiguitates & falſitates prorſus euitantur in noſtris vniuerſalibus definitionibus.

PROPOSITIO XII. *Tab: I. Fig.* 21. 22. 23. Si in ſectione conica rotunda ABC recta linea AC ſecuerit omnes applicatas BD inter ſe parallelas bifariam, & perpendiculariter: fueritque quadratum cuiuſlibet ſemiapplicatæ BF æquale rectangulo AFC ſub ſegmentis illius. Sectio circulus erit. Si vero nullum quadratũ BF æquale fuerit rec-gulo AFC, ſectiò circulus non erit. Vocetur *Ellipſis*.

Diametro AC deſcribatur circulus AGCH, patet diametrum AC
a II. 3. *a* ſecare bifariam GH ei perpendicularem in F, & ideò in ſemicirculo
b IV. 9. Co. 2. 14 *b* quadratum GF erit æquale rectangulo AFC, cui æquale eſt ex hypotheſi quadratum BF. Ergo quadratum

n GF æquale est quadrato BF. &
:o recta linea GF est Equalis BF.
puncta GB coincidunt; & sic re-
ua omnia puncta. Igitur circuli
ripheria per punctum B transit: &
:ò sectio rotunda ABCD circu.
erit.
Secundo qua-tum GF æquale c est c eadē
:tangulo AFC. Erat autem qua-
ıtum BF in æquale rectangulo A
:. Ergo quadratum BF quadrato
F non est æquale & latera BF, G
:runt inæqualia; & ideò figura
tunda ABCD non erit circulus.
proinde Ellipsis erit.

PROPOSITIO XIII. Tab. I.
;. 24. Iisdem positis, at BD quæ
fariam secta fuerat in F non sit
:rpendicularis ad AC; & quadra-
m BF sit æquale rectangulo AFC.
ico conicam sectionem circulum
n esse, sed Ellipsim.
Si hoc verum non est sit ABCD
:culus. Et à puncto F, quod non
centrum ducatur NO diameter
ıs, quæ cadet ad partes anguli ob-
si AFD a eo quod BD bifariam à
ametro NO secta fuerat, & ideo a Il. 2.
l angulos rectos ab eadem diame-
o NO secabitur. Ducatur postea
H perp-ris ad diametrum NO b b eadē
cabitur GH bifariam à diametro
S, & ideo inæqualiter in R. Qua-
: AC non secat bifariam omnes pa-
ralle.

rallelas ipsi BD contra hypothesim. Non ergo ABCD circulus erit, sed Ellipsis.

PROLORTIO XIV. *Tab.I. Fig.* 25. In cono scaleno ABC duci potest sectio rotunda inclinata ad circulum basis DCF, quæ circulus sit, Vocetur autem talis circulus *Sectio subcontraria*.

a VI.6. A vertice A cadat *a* AE perpendicularis ad planum circuli basis DCF incidens vltra centrum O in plano basis, vt in E & per EO ducatur recta linea EBC, quæ diameter circuli erit; Iungantur latera coni ABG, AC; atque in triangulo scaleno fiat angulus AHG æqualis angulo ABC & per HG ducatur planum perpendiculare ad planum trianguli ABC, secans circulum BDC in recta linea DIF, quod planum efficiat in cono sectionem rotundam DHFG. Dico hanc esse circulum;

b VI.4. Quia planum A B C ducitur per A E perpendicularem adsubiectum planum circuli B D C. Ergo *b* planum circuli B D C perpendiculare est ad planum trianguli A B C; sed eidem plano perpendiculare ductum fuit planum GDH.

c ex VI 8. Ergo *c* communis eorum sectio DI F perpendicularis est ad planum

d II.2. ABC & ideò *d* DF perpendicularis ad

lineas BC, HG (existentes in-
dem plano) bifariam secatur à di-
etro BC circuli basis coni; quare
H secat quoque bifariam & per-
ndiculariter rectam lineam FD
I. Postea quia anguli ad B, H
it æquales, & etiam illi qui ad
ticem I inter se sunt æquales.
go *e* per quatuor puncta B,H,C, *e I.14*
circuli peripheria transit, & ideò
ectangulum BIC est æquale re- *f IV.22*
ngulo GIH. Estque *g* in circulo *g endē*
DCF quadratum DI æquale re-
ngulo BIC. Ergo *h* quadratum *h I. cor*
I æquale est rectangulo GIH. *2. 14.*
odem modo ducto circulo bfcd
rallelo basi BDC per quodlibet
ud punctum i rectæ lineæ GH ef-
etur alia recta linea fd parallela
F bifariam, & perpendiculariter
cta ab ipsâ GH, & quadratum
edietatis illius di æquale erit re-
ngulo sub segmentis huius GiH.
uapropter *i* sectio rotunda GDH *i hutus*
circulus erit. Quod, &c. *13.*

PROPOSITIO XV. *Tab.I. Fig.* *Apoll.*
.27.28.29. Inter sectiones oppo- *30. lib.*
as HGI & LM factas à plano *I.*
uidistante tri-li AED per verti-
m A coni ABC basim secante
recta DE. Punctum reperire
fariam secans omnes rectas lineas
sectiones pertingentes per illud
nctum transeuntes.

Vo-

Vocetur tale punctum *Centrum Sectionis*. Et qualibet recta linea bissecta vocetur *Diameter transuersa*. Eiusque termini vocentur *Vertices sectionum*.

A punctis E, D *a* ducantur EO, & DO circulum tangentes: quæ parallelæ inter se erunt quando ED est diameter; & *b* conuenient in O quando ED non est diameter. Et à vertice coni A ducatur recta AP parallela tangentibus (in Figura 26. 27.) & per concursum earum O (in 28.29.) quæ secet planum hyperboles in P, & in tali plano producatur per P quælibet recta LPH dummodo ad sectiones oppositas pertingat. Dico punctum P secare bifariam rectam LH. Per rectas AP, & LH extendatur planum, *c* quod efficiet in cono triangulum AQS (cum per verticem coni eum secet). Et quando AP parallela est tangentibus EO, DO; (in Fig. 26. 27.) quia QS est communis sectio planorum APRQ, & circuli BEC per duas parallelas AP, & EO extensorum. Ergo QS *d* vtrique earum parallela est. Atque circuli *e* diameter DE perpendicularis est ad tangentem EO; Igitur eadem circuli diameter DE perpendicularis erit ad subtensam QS: & ideò *f* bifariam eam secat. Quare in QSR efficiuntur duo segmenta æqua-

a ex 11. 22.

b ex IV

c hu. 10

d VI. 8

e II. 21

f II. 2.

alia à tribus rectis lineis AQ, A
AS, & QS parallela est quartæ
. Ergo g quatuor illæ rectæ li- g hui. 3
ab A discedentes sunt conter-
alem proportionem efficientes.
iliter (in fig. 28. 29.) quando h A h hu. 5
à ducitur concursu tangentiũ O, & 6.
: rectaOQRS secatur incõtermi-
ratione à rectâ D E tactus con-
gente & à Circulo. Ergo qua-
: lineæ AO, AQ, AR, & AS,
quatuor illa puncta pertingen-
sunt i efficientes contermina- i eadem
proportionem: & in vtroque
recta LH parallela est vni ea-
AR (l cum sint communes se- l VI. 8.
nes planorum æquidistantium fa-
ab eodem plano AQS). Igitur
tribus reliquis secatur LH in
por-ne æqualitatis in P. quod. m. hu. 8

ROPOSITIO XVI. Tab. I.
30. 31. Intra Ellipsim LGH
ctum reperire bifariam secans
es rectas in ea applicatas per il-
punctum transeuntes. Vocetur
punctum *Centrum* Ellipsis, recta
a bisecta *Diameter transuersa*,
que termini *Vertices* ellipsis.
cono ABC ellipsis LGH æqui-
et plano ARF per verticem A
nte planum circuli extra eum in
& ab N centro circuli basis du-
r NF per-dicularis ad FR & ab
rsu ducantur circulum tangen- a II 23

tes RD, RE (in fig. 30. vel FD, FE in 31. fig.) Patet quod *b* recta linea DE coniungens contactus perpendicularis est ad ONC, per centrum circuli N ducta, & *c* ab ea secabitur bifariam in puncto O. Tandem coniuncta recta linea OA, hæc secabit planum Ellipsis in puncto P. Dico punctum P esse centrum Ellipsis. Per punctum P ducatur quælibet applicata LPH in eodem plano Ellipsis; & per LH, AO ducto plano, id *d* secabit conum in triangulo AQS, & eius basim in QS, quę cum diametro BC coincidat (vt in 30. fig.) vel eum secet (vt in fig. 31) vel transit precisè per DE. In primo & secundo casu, quia recta linea SQ ducitur per punctum O bissecans rectam DE tactus coniungentem, & per concursum tangentium, aut per rectam RF parallelam ED: Ergo *e* secatur contermināli ratione in punctis R, Q, O, S, & ibidem à vertice A iunguntur quatuor rectæ lineæ, estque LH parallela vni ipsarum RA (eò quod sunt *f* communes sectiones planorum æquidistantium ARF, HGI factæ à plano ARS): Ergo *g* LH secatur in prop-ne æqualitatis à tribus reliquis AQ, AO, AS. Denique planum extensum per IPG, & APO transeat precisè per lineam DE tactus coniungentem, & planum Ellipsis

b hu. 6.
c II. 2.
d huius 30.
e hui. 5
f VI. 8
g hui. 1.

s secet planum circuli basis in a ZY. Patet *h* RF, & ZY parallelas esse (quia sunt communes sectiones planorum æquidistantiũ, scilicet Ellipsis & ARF factæ a plano circuli basis), estque recta linea D parallela RF. Ergo ED, ZY parallelæ sunt inter se, & per eas ducuntur plana DAE & Ellipsis; Ergo communis eorum *i* sectio GPI parallela ipsi DE; & AO secat rectam DE trianguli ADE bifariam in O: Ergo *l* pariter secabit ei parallelam GI bifariam in puncto P. Quod &c;

h VI. 8.

i VI. 7

l IV. ex 4.

PROPOSITIO XVII. *Tab. I.*

In eisdem sex figuris, ducta qualibet diametro HL, & à verticibus eius H, L Si ductæ fuerint duę rectę lineę HT, LK contingentes Hyperbolã, aut Ellipsim. Dico HT, LK esse inter se parallelas & è conuerso.

Primo fig. 26. 28. & 30. linea QS basis trianguli per verticem ducti diametrum sectionis efficientis transeat per centrum circuli basis coni; & à diametri circuli terminis Q, S *a* ducuntur rectæ lineæ QV, SX circulum tangentes, quæ perpendiculares erunt ad diametrum QS; pariterque DE bifariam secta a diametro QS perpendicularis quoque ad illam est: ex constructione precedentis. Ergo *b* QV, SX, DE parallelę sunt inter

a II. 21

b I. 15.

inter se; estque GI parallela ipsi D E, vt ostensum fuit In precedenti.
c VI.7. Igitur c QV, & GI parallelæ sunt inter se; atque SX, & GI parallelæ quoque sunt. Cumque per parallelas QV, GI ducta plana, tangentis VQA & sectionis GHI se mutuò
d VI.8. secent in recta linea LK: Ergo d L
e hu.11 K conum & sectionem e tangens parallela est ipsi GI. Eadem ratione HT est communis sectio plani tangentis XSA & sectionis GHI, quæ per duas parallelas SX, & GI ducuntur: Ergo f tangens HT est parallela eidem GI: quare duæ tan-
f eadem gentes verticales sectionis HT, LK parallelæ sunt inter se. Secundo ducta diametro GI Ellipsis (fig. 30.) parallela basi trianguli ADE, nempè ipsi DE, quæ perpendicularis est ad diametrum basis coni QS: & à punctis G, I ductis tangentibus G λ, I b. Dico eas æquidistare. Quia ex constructione in precedenti exposita HL parallela est ipsi A R; & ab eisdem ducuntur duo pla-
g hu.11 na AER g contingens conum, &
h VI.8. Ellipsis IHGL: Ergo h communis eorum sectio G λ, nempè contingens Ellipsim in G parallela est vni AR. Pari ratione contingens I b
i VI.7. parallela erit eidem AR; Igitur i G λ, I b parallelæ sunt inter se. Tertio In figura 27. 29. & 31. QS basis trianguli AQS, per verticem co-

ni

ducti diametrum LH efficientis,
a transeat per N centrum circuli
is coni. Et à subtensæ QS ter- i II.31.
nis Q, S, ducantur circulum
ngentes QV, SV, quæ in puncto l hu. 7.
conuenient extra circulum; quæ
27 figura conuenient l cum DE
ante bifariam & perpendiculari-
ex centro rectam QR. In 29.
ura QV, SV conuenient in V cum
ea DE tactus linearum DO, EO
iungente: & recta m linea SOQ m hu. 6
diuisa sit inconterminali ratione.
in figura 31 lineæ QV, SV n con- n hu. 6
nient cum recta RFV parallela
i DOE, in V: & coniungatur re-
linea AV. Et quia planum AF
V æquidistans est plano sectionis
nicæ GHI: & ambo secantur ab
dem plano conum tangente ASV.
go o occursus AV æquidistans erit o VI.8.
T sectionem tangenti. Eadē ratio-
illa duo plana secantur ab eodem
no conum tangente AQV: Er-
p efficit communes sectiones AV, p cadē
parallelas inter se. Quapropter
T, LK eidem AV sunt parallelæ:
go q & inter se quod &c. q VI.7.
Conuersum huius propositionis
ostendetur. Duæ tangentes H Ap.II.
LK sint parallelæ inter se. Dico 28.32.
iam LH tactus coniungentem
metrum esse.
Si hoc verum non est ex puncto
ducatur Diameter Lα; & α β tan-

 gat

f ex pr. par. hu. gat sectionem in α: Ergo r α β erit parallela eidem LK & proinde ipsi HT parallela erit. Verum duo puncta H, & α existunt in distinctis Coni lateribus: ergo duo plana conum tangentia per latera AH, & Aα ducta se mutuò secant, ob superficiei conicæ curuaturam: quare ab eodem plano sectionis GHI rectæ lineæ HT, & α β in eis designatæ se mutuo secabunt; & ostensæ fuerunt inter se parallelæ: Quod est absurdum. Igitur nulla alia preter LH ex puncto L educta diameter erit. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XVIII. *Tab. I. Fig.* 32. Qualibet recta linea CF in circulo basis coni ABE applicata non per centrum Circuli. Dico quod potest esse diameter sectionis rotundæ, quæ bifariam secet omnes rectas intra rotundam sectionem applicatas par-las tangentibus; & qua-ta semiapplicatarum sint, vt rec-gula sub segmentis ipsius CF. Vocentur illæ par-læ tangentibus verticalibus *Ordinatim applicatæ*.

a II. 31 Ductis circulum BE tangentibus a CR, FR conueuient ad partes segmenti minoris in R, iungaturque RA; & in planis conum tangentibus ACR, AFR per puncta C, F, ductæ sint CP, FQ parallelæ eidem AR,

b VI. 7. quæ proinde b parallelæ inter se erunt

unt; & [c] contingent coni super- c bu.11
iem. Si modo per parallelas CP,
Q ducatur planum efficiens in
no Ellipsim aut circulum LCMF;
in ea applicentur quælibet rectæ
M, ON parallelæ tangentibus ver-
alibus CP, FQ. Dico primum
nes LM, ON secari bifariam à
metro CF. Ab R concursu tan-
ntium ducatur quęlibet recta RB
ecans tactus coniungentem CF in
: & conpleatur tri-lum ARE,
niunganturque rectæ AB, AH.
go [d] RE secabitur incôterminali d hui 6
ione à quatuor rectis AR, AB,
H, AE à vertice A eductis; est-
e LM parallela vni earum AR,
eò quod [e] LM est communis sectio e VI. 7
anorum per parallelas CP; RA
tensorum) ergo [f] LM secatur in f hui.1.
as partes æquales à tribus reliquis
H; & ideò à diametro CF. Si-
li modo ostendetur quod ON se-
tur bifariam à diametro CF in I.
Secundò Dico quod quadratum
miapplicatæ LH ad quadratum
I est vt rectangulum CHF ad re-
angulum CIF. Quia in triangulo
BE à puncto L ducitur LHM sub-
ndens angulum BAE, & est pa-
lela ipsi AR, quæ secat basim B
Ergo [g] rectangulum LHM seu g hui 9
æquale quadratum LH ad rectan-
lum BHE seu ad ei æquale rectã-
lum C H F in circulo, habet ean- h IV.22

dem rationem, quam quadratum A R habet ad rectangulum ERB, seù
i eadem ad *i* ei æquale quadratum tangentis RC. Eadem ratione quia ON parallela est CP & AR; atque secta est in duo segmenta æqualia à lateribus ADN, AOG & AI: & coniuncta RDIG: Ergo vt prius erit rectangulum OIN, seu ei æquale quadratum OI, ad rectangulum DI G, seù ad ei æquale rectangulum CI F in circulo, vt idem quadratum AR ad rectangulum GRD, seù ad
l VI. 22 ei *l* æquale quadratum RC. Ergo quadratum LH ad rectangulum CH F, habet eandem rationem, quam quadratum OI ad rectangulum CI F; & permutando quadratum LH ad quadratum OI se habet, vt rectangulum CHF ad rectangulum CIF. Quod &c.

PROPOSITIO XIX. *Tab. 1. Fig. 33.* Cuiuslibet sectionis Rotundæ DKEL in cono ATZ factæ aliqua diameter Coincidit aut æquidistat plano Circuli basis BTCZ.

A vertice Coni A ducatur planum AVX æquidistans plano sectionis rotundæ DKE secans planum Circuli basis in VX, & per Centrum Circuli TZ ducatur Recta TV perpendicularis ad VX & *a* ducantur
a II. 22 VB, VC Circulum tangentes, Coniungaturque BC secans Circuli diametrum in N, ducaturque planum

num Trianguli BCA secans sectionem rotundam in DE. Dico DE esse diametrum eius, & æquidistare ipsi BC in Circulo basis existente. Extendantur plana tangentia AVB, & AVC, quæ secabunt planum Ellipsis, aut circuli DKEL in DR, & ES, quæ *b* parallelæ erunt eidem A V, & interse, cum sint Communes sectiones planorum æquidistantium AVX, & DKE. Igitur Recta *c* D E coniungens duas tangentes æquidistantes erit diameter. Tandem quia VX, & BC sunt perpendiculares ad diametrum VZT erunt parallelæ, & ideo plana per eas extensa efficient Communem sectionem Y parallelam ipsi BC, & duo *d* plana XVA, & DKE parallela inter se secantur ab eodem plano CB Y. Ergo DE & AY parallelæ sunt inter se, & ideò e ipsi BC. Quod &c.

b VI.8.

c *hu*, 17

d VI.8.

e *eadem*.

PROPOSITIO XX. *Tab. II. Fig.*

In eodem Cono ABC si ductæ fuerint duæ sectiones Rotundæ parallelæ inter se, & vnius diameter æquidistet plano Circuli basis D . Dico quod ambæ sectiones habent diametros in eodem Triangulo per uerticem ducto, & quadrata ordinatim applicatarum MO, SV parallelarum tangentibus verticalibus erunt inter se vt Rectangula

ſub ſegmentis diametrorum.

Per diametrũ HF extendatur Triangulũ FAH ſecans alterã ſectionẽ in PQ, & per SV & A ducatur planum Trianguli ASV ſecans planum IFG in recta IG. Quia FH eſt dia-
a *hu.*17 meter; ergo *a* tangentes FK, & HL ſunt parallelæ inter ſe: ſuntque
b VI.9. *b* PR, & FK parallelæ interſe quia ſunt ſectiones circulorum, vel Ellipſiũ æquidiſtantium factæ à plano tangente AFK, & pari ratione duæ tangentes HL & QZ ſunt interſe
c VI.7. paralellæ; ergo duæ rectæ *c* PR, & QZ ſunt parallelæ interſe, & ideo
d *hu.*17 *d* PQ eſt diameter; & quia ob æquidiſtantiam planorum circulorũ vel Ellipſium ſectiones factæ à Triangulo per verticem ſunt parallelæ
e VI.9. interſe; ergo SV *e* parallela eſt IG: & PQ parallela eſt FH: & proinde
IV.4. vt *f* ST ad IX, atque TV ad XG, nec non TP ad XF eandem proportionem habebunt quam TA ad AX; ſuntque IX & XG æquales; ergo pariter ST, & TV æquales ſunt; & ideo *g* rectangulum STV, ſeu qua-
g *hu.*18. dratum ST ad rectangulum PTQ eandem rationem habebit quam rectangulum IXG, ſeu quadratum IX
h *eadẽ* ad rectangulũ FXH: *h* ſed quadratum MN ad rectangulum FNH eſt vt quadratum IX ad rectangulum FXH; ergo ex æqualitate ordinata quadratum ST ad rectangulum PTQ

ean-

dem proportionem habebit, quam quadratum MN ad rectangulum FNH.

PROPOSITIO XXI. *Tab. II. Fig.* 2. Si in Parabola HFO par-la plano ABK tangenti conum ABCT à quolibet eius puncto F vbicumque sumpto ducatur FL par-la lateri contactus AB, & sectioni applicentur rectæ DG, OH par-læ FE tangenti sectionem in eius vertice F. Dico FLX diametrum esse bifariam secans omnes ordinatim ad eam applicatas GD, HO, nempe par-las tangenti FE, & qua-tum GL se habere ad qua-tum HX, vt abscissa FL ex diametro ad abscissam FX. *Apoll. 20. & 46. lib. 1*

Ducatur per duas parallelas AB, FL planum trianguli secans circulum basis BCT in linea BI, quæ per punctum X in plano eiusdem Paraboles HFO existens transeat; & per lineas BI, HO planum ducatur efficiens sectionem rotundam BHIO, quæ circulus erit si applicata HO iacet in plano circuli basis coni CBT. & quia, ab illius plano secantur duo plana parallela, nempe ipsius parabolæ HFO in linea HO, & tangentis Conum ABK in linea BS: ergo a BS parallela est ipsi HO. Preterea quia per duas parallelas FE, HO ducuntur duo plana, scilicet sectionis rotundæ BHIO, a VI. 9.

& tangentis Conum AFE, se mutuo secantia in linea IZ: ergo *b* IZ parallela est eidem HO; & ideò *c* duæ tangentes BS, IZ sunt parallelæ inter se. Quare *d* recta linea BI earum contactus iungens Diameter est sectionis rotundæ HBIO, *e* quæ bifariam secabit applicatam HO, in X. Postea in plano trianguli ABI ducta per L linea MLN parallela BI; & per MN, DG ducto plano, *f* efficiet sectionem rotundam MGND parallelam ipsi BHIO; eritque *g* MN Diameter illius bifariam secans DG in L parallelam tangentibus NP, & MQ. Et quia in cono ABCT ductæ sunt duæ sectiones rotundæ parallelę inter se BHIO, & MGND, quarum diametri BI, MN cadunt in eodem triangulo ABI per uerticem Coni ducto: ergo (ex precedenti) quadratum GL ordinatim applicatæ ad Diametrum MN ad quadratum HX ordinatim applicatæ ad diametrum BI, se habet *h* vt rectangulum MLN ad rectangulum BXI; estque rectangulum MLN ad rectangulum BXI, vt abscissa LF ad XF: ergo quadratum GL ad quadratum HX se habet vt linea LF ad lineam XF. Quod &c.

b VI.8. c huius 17 d eadē e hu. 18 f VI.10 g hu. 19 h huius 8

Corollarium Ex constructione huius prop-nis deducitur quod in Parabo-

rabola qualibet recta linea paral-la diametro, erit quoque diameter eiusdem.

Nam non ab vnico puncto F, sed etiam à quolibet alio vt à D sumpto in curua Parabola duci potest recta DV paral-la lateri contactus AB; & ideo para-la FL erit. verum est tamen quod tangens verticalis DR non est para-la tangenti FE, ob curvitatem paraboles; & ideò ordinatim applicatæ ad diametrum DV scilicet para-læ tangenti DR inclinatæ erunt ad HO ordinatim applicatam ad alteram diametrum FL.

PROPOSITIO XXII. *Tab. II. Fig 3. 4.* In Ellipsi, hyporbola, & & sectionibus oppositis GFDR genitis in cono ABCT. Dico quod quælibet Diameter transuersa RF bifariam diuidit omnes GD, OH applicatas in sectionibus parallelas tangentibus verticalibus FE, RQ: & quadrata ordinatim applicatarum LG, HX se habent inter se, vt rectangula FLR, FXR sub segmentis vel sub productionibus diametri ab applicatis factis: *21. 47. lib. 1. Appol.*

Per verticem Coni A, & per FR diametrum transuersam sectionis ducatur planum efficiens in Cono triangulum ABI, quod secet circulum BCT in linea BI; quæ transeat

per

per punctum X existens in communi sectione diametri RFX & HO. Postea per lineas BI, HO; ducatur planum efficiens in Cono sectionem rotundam BHIO; quia ordinatim applicata HO parallela est tangentibus verticalibus FE, RQ: & per parallelas HO, FE ducuntur duo plana nempe sectionis rotundæ BH
a VI. 8 I, & tangentis Conum AFE, quæ se mutuò secant in linea IZ: ergo *a* IZ contingens sectionem BHI, parallela est ipsi HO. Similiter quia per duas parallelas RQ, HO ducuntur duo plana quæ se mutuò se-
b eadē cāt in recta linea BS: ergo *b* BS pa-
c VI.7. rallela est eidem HO, & ideo *c* duæ tangentes sectionem rotundam BS,
d hu.18 IZ parallelæ sunt inter se; Quare *d* recta linea BI tactus coniungens Diameter est rotundæ sectionis BH IO & bifariam secabit ordinatam HO in X. Similiter per punctum L ducta recta linea MLN parallela BI: & per MN, DG parallelas ip-
e VI.10 sis BI, HO ducto plano, *e* efficiet rotundam sectionem æquidistantem
f hu 20 rotundæ sectioni BHIO, & illius *f* Diameter erit MN existens in eodem Triangulo ABI per verticem. ergo quadratum GL ad quadratum
g hui.9 HX, se habet vt rectangulum ML N ad rectangulum BXI; sed *g* rectangulum MLN se habet ad rectangulum BXI, vt rectangulum

FLR

FLR ad rectangulum FXR: ergo quadratum GL ad quadratum HX, se habet vt rectangulum FLR ad rectangulum. FXR. Quod &c.

Corollarium Constat ex hisce duabus propositionibus quod quælibet rectæ lineæ in sectione conica applicatæ para-læ tangenti verticali à diametro secantur bifariam. *ex prop 46. 47. 48. lib. I. Ap.*

DEFINITIO XV. *Tab.* II. *Fig.* 5. In Parabola si fuerint rectæ lineæ BR, & ordinatim applicata DC, & abscissa BD continue proportionales. Vocetur recta linea RB *Latus Rectum* Parabolę. & qua-tum ex B R vocetur *figura* Paraboles.

DEF. XVI. *Tab. II. Fig.* 6. 7. In Ellipsi, & hyperbola si fuerit latus transuersum BT ad BR, vt rectangulum TDB sub segmentis vel productionibus Diametri ad quadratum DA ordinatim applicatæ. Vocetur recta linea BR, *Latus Rectum* sectionis. Et rectangulum TBR à lateribus transuerso & recto contentum Vocetur *figura* hyperboles aut ellipsis.

PROPOSITIO XXIII. *Tab. II. Fig.* 8. In Parabola ABC quadratum cuiuslibet ordinatæ AD æquale est rectangulo sub abscissa BD, & eius latere recto BR. Quia

a *hu.21* Quia quadratum a EG, ad quadratum AD se habet, vt linea GB, ad BD, & facta BR tertia proportionali duarum BG, & GE: b erit BR latus rectum Parabolæ; & rectangulum GBR erit æquale quadrato EG: estque c BG ad BD, vt rectangulum GBR ad rectangulum DBR, ob æqualem altitudinem BR; ergo quadratum EG ad quadratum AD se habet, vt rectangulum GBR ad rectangulum DBR: & erat quadratum EG æquale rectangulo GBR. Ergo etiam quadratum AD est æquale rectangulo DBR. Quod &c.

b *Def. 15.*

c *IV. 1.*

PROPOSITIO XXIV. *Tab. II. Fig. 9. 10.* In Hyperbola, Ellipsi, & Circulo ABC: quadratum cuiuslibet ordinatæ AD est æquale rectangulo BDH sub abscissa BD ad latus rectum BR applicato quod tangat sectionem in B, deficiente in ellipsi, & excedente in hyperbola rectangulo RIH, simile ei quod continetur à lateribus recto RB, & transuerso BT.

Coniuncta recta linea TR secet DA parallelam ipsi BR in H: &

a *def. 16* quia a vt rectangulum TDB ad quadratum AD, ita se habet linea TB ad BR, seu TD ad DH: sumpta

b *IV. 1* DB communi altitudine idem b rectangulum TDB ad rectangulum HDB

HDB se habet vt linea TD ad DH, seu *c* vt TB ad BR seu vt rect-lum TDB ad quadratum DA: ergo *d* quadratum AD, æquale est rectangulo HDB, hoc vero rectangulum continetur sub abscissa DB, & applicatur ad rectum latus BR cum excessu in hyperbola, & in ellipsi cum defectu rectanguli HIR, quod simile est ei, quod continetur à TB, scilicet a lateribus Transuerso, & Recto sectionis. Quod &c. c IV.4. d III.4

PROPOSITIO XXV. *Tab. II. Fig.* 11. Datis duabus rectis lineis A B, & C, & angulo D: Describere parabolam, cuius Diameter sit AB, vertex A, latus rectum C; & ordinatim ad AB applicatæ inclinentur in angulo D. *Apoll. 52. lib. p.*

In plano, in quo BA iacet, fiat angulus ABE æqualis angulo D: & in aliquo plano per BE extenso, quomodolibet inclinato super planum ABE educatur ex puncto B linea KBN perpendicularis ad lineam EB: extendaturque recta NBK, & fiat *a* rectangulum NBK æquale rectangulo sub AB, & C contento: in plano BEN, diametro NK describatur circulus secans perpendicularem EB in punctis E, & F: & ex puncto K ducta KO parallela ipsi AB conueniens cum NA in O: & vertice O, basi circulo NEKF des- a IV. ex 14. cor. 1.

cri-

cribatur Conus secans planum per AB, & EB in figura curua EAF. Hanc Dico esse Parabolam quæsitam. Ductis *b* Circulum & *c* co-
b II 31
c hu. 11 num tangentibus KG, NH, & AL: quia NK est diameter Circuli: ergo tangentes KG, NH perpendiculares sunt ad Diametrum KN: & ad eandem perpendicularis facta fuit EB: ergo tres KG, FE, NH parallelæ sunt interse, & communis sectio planorum FAE, & tangentis conum ONH, scilicet AL tangens
d VI.8 Conum, & figuram EAF in A, *d* parallela erit eidem EF; & sunt A B, OK parallelæ, nec non EB, GK
e VI.10 parallelæ: ergo planum EAF *e* æquidistans plano OKG conum tan-
f def.12
g hu. 21 genti *f* efficit in superficie conica parabolam EAF, cuius *g* diameter est linea AB æquidistans lateri contactus coni OK, & Vertex eius est A: atque EF parallela tangenti verticali AL est, ordinatim applicata,
h II. 2. secaturque *h* bifariam in B (cum in circulo linea EF sit perpendicularis ad diametrum KN), & angulus A BE factus fuit æqualis angulo D.
i IV.33 Tandem quia in semicirculo *i* quadratum BF est æquale rectangulo N BK: & rectangulum CAB factum fuit æquale rectangulo NBK: atque
l hu 23. in Parabola E A F *l* rectangulum sub abscissa, & latere recto eius æquale est quadrato ordinatæ BF: Er-

go

o rectangulum CAB æquale est rectangulo sub abscissa AB, & latere recto Paraboles: estque AB altitudo communis rectangulorum: ergo latus rectum Paraboles descriptæ æquale est lineæ datæ C. Quod &c.

PROPOSITIO XXVI. *Tab. II. Fig.* 12. 13. Datis duabus rectis lineis AB, & C, & angulo D: Describere Hyperbolam, oppositas sectiones, & Ellipsim, cuius Diameter transuersa sit AB, & linea C sit latus rectum & ordinatim ad AB applicatæ inclinentur in angulo D.

Recta AB producta pro hyperbola, & intra pro ellipsi, secetur vtcunque in E: & in plano, in quo iacet AB fiat angulus AEF æqualis angulo D; Postea per FE ducto plano NFE quomodolibet inclinato ad planum AEF, ducatur in eo recta NEK perpendicularis ad FE: & inter AB, C ponatur quælibet recta linea H: dummodo pro ellipsi, linea H non sit media proportionalis inter AB, C; & fiat a BE ad EK, vt AB ad H; & AE ad EN, vt H ad C. a IV. 11
Patet quando E cadit extra BA lineam NA productam intra triangulum BKE, secare latus BK alicubi in O. At si E cadit inter A, B, quia H non est media proportionalis inter AB, & C non erit AE ad EN vt

BE

b IV.4 ex I.16 29. BE ad EK; & ideo lineæ *b* AN, BK non erunt inter se parallelæ, sed conuenient alicubi vt in O(eo quod tri-la ABN & BEK non sunt æquiangula). Postea diametro NK descripto circulo NFKG in plano per FE, NK extenso, & vertice O, basi eodem circulo, describatur Conus ONK; & in eo extenso plano per lineas AE, FG. Dico FAGBX, sectionem in cono factam esse figuram quæsitam. Ductis circulum

c II. 21 et hui. 13. *c* tangentibus NI, KM, & sectionem Conicam tangentibus AL, BP: ostendetur, vt in precedenti lineas NI, KM, AL, BP parallelas esse eidem applicatæ FEG, quæ bifari-

d II.2. e hu.12 am secatur in E, quia *d* perpendicularis est ad circuli Diametrum NEK; & *e* recta FE ordinatim applicata erit ad diametrum ABE sectionis AFBG, quæ in primo casu erit hyperbola, in secundo ellipsis, cum Diameter subtendat angulum verticis extra Triangulum ONK in primo casu; & intra in secundo. Tandem quia AB ad C compositam rationem habet ex proportione AB ad H, seu BE, ad EK; & ex ratione H ad C, seu AE ad EN. Ergo AB

f IV.13 ad C est *f* vt rectangulum BEA ad

g IV.22 rectangulum NEK, seu *g* ad quadratum FE, ob semicirculum; sed

h hu.24 ob sectionem *h* rectangulum BEA ad quadratum FE ordinatim applicatæ,

catæ, eſt vt latus tranſuerſum AB ad latus rectum: ergo linea C, eſt æqualis prædicto lateri recto: & Angulus AEF factus eſt æqualis angulo D. Quare &c.

PROPOSITIO XXVII. *Tab. II. Figura* 14. 15. Quælibet recta linea AH parallela diametro tranſuerſa EB in ellipſi, & ſectionibus oppoſitis, ducta: vtrinque ſectioni occurrit: & bifariam ſecatur à recta linea ZX per centrum G ordinatim applicata ad diametrum.

A puncto A ducatur ordinata AO, ponaturque abſciſſa EP æqualis BO, & ducatur ex P ordinata DP; coniungaturque recta linea à D ad A. Dico AH coincidere cum AD, & ſecari bifariam in H ab ordinata ZX per centrum G ducta. Quia BO, EP ſunt æquales, ſubtractæ, vel additæ communi EB, erit EO æqualis BP: & ideò *a* rectangulum EOB ad quadratum OA, vel rectangulum BPE ad quadratum PD erit vt latus tranſuerſum EB ad rectum BR: Ergo ſicut rectangula antecedentia ſic conſequentia quadrata AO. & PD æqualia ſunt inter ſe; & ideo rectæ lineæ AO, PD ſunt æquales, & ſunt parallelæ inter ſe: ergo *b* coniungentes OP, AD ſunt parallelæ inter ſe; & erat AH

a *bx*. 24

b I. 27.

ex

ex A ducta parallela eidem BE : ergo AH coincidit cum AD ; & ideo occurrit ſectioni oppoſitæ in D. Poſtea quia in rectangulo AOPD ducitur ordinata ZX parallela ordinatis OA, DP . ergo ſicut OP bifariam in G diuiditur , ſic AD ſecabitur bifariam in H . Quod &c.

DEFINITIO XVII. *Tab. II. Figura eiſdem* . in Ellipſi, & Oppoſitis ſectionibus recta linea ZX per centrum G ordinatim applicata, biſſecta , & media proportionalis exiſtens inter figuræ latera EB , & BR. Vocetur . *Secunda* Diameter priori *Coniugata* .

PROPOSITIO XXVIII. *Tab. II. Fig.* 16. Datis duabus rectis lineis AB , CD in quolibet angulo AEC ſe mutuò bifariam in E ſecantibus ; Deſcribi poſſunt quatuor hyperbolæ contrapoſitæ , quarum diametri Tranſuerſæ Coniugatæ ſint duæ rectæ lineæ datæ , & latus Tranuerſum quarumlibet binarum oppoſitarum ſectionum ſit medium proportionale inter letera reliquarum.

Fiat CD ad BF, vt AB, CD; pariterque fiat AB ad DG , vt CD ad AB ; Poſtea fiant *a* ſectiones oppoſitæ K BL , & HAM, quarum tranſuerſum latus ſit AB , & rectum ſit BF ; &

a *hu.*26

angu-

anguli inclinationum applicatarum ad diametrum sint æquales angulo A E D, silicet ordinatæ, parallelæ sint ipsi CD. Pariterque fiant *b* sectiones oppositæ OCP, & RDS, quarum transuersum latus sit CD, & rectum DG, & anguli inclinationum applicatarum sint æquales angulo DEB, scilicet ordinatæ parallelæ sint ipsi AB. Factum erit Problema, vt patet. Quod &c. b *eadē*

DEFINITIO XVIII. Vocentur quatuor sectiones KBL, HAM, OCP, & RDS iam dicto modo descriptæ *Coniugata*.

PROPOSITIO XXIX *Tab. II. Fig.* 17. 18. 19. 20. 21. 22. Data qualibet sectione conica CAD, cuius ordinatim applicata CBD iaceat non quidem in circulo FPG basis Coni EFPG, sed in plano ellipsis FCGD secante circulum FPG in recta FG. Dico describi posse infinitos alios diuersos Conos, comprehendentes eandem sectionem CAD, ita vt ordinata CBD in circulo basis Coni iaceat, & perpendicularis sit ad eiusdē Circuli diametrū.

Fiat recta linea a b æqualis diametro transuersæ AB sectionis CA D: & facto angulo d b a æquali angulo DBA, secetur c b æqualis CB, & b d ęqualis BD: sitq; a r ęqualis

lis lateri recto AR; & in hyperbola, & ellipsi sit h a, productio diametri b a æqualis lateri transuerso H A eiusdē sectionis. Postea in quolibet plano per c d extenso ducatur recta linea KI perpendicularis ad c
a IV.10 d. Et I b ad b c, a sit vt b c ad b k; & coniuncta recta linea I a occurrat lineæ KL, in Parabola parallela ipsi b a: & in reliquis sectionibus linea h K in puncto L: & in plano IK, c d extenso fiat circulus I c K d diametro IK, qui tran-
b IV.ex 32 sibit per punctum c: eo quod b c b per-laris est ad diametrum IK, & media proportionalis est inter segmenta eius I b, b K. Postea descripto Cono, vertice L, basis circulo I c K d, & secto Cono plano per a b, d c extenso efficiat sectionem conicam c a d. Dico eam æqualem esse sectioni CAD; & si apte vna alteri superponatur, sibi mutuò congruent, vt scilicet a, super A cadat, & b super B, ob æqualitatem abscissarum ex diametris a b, A B: & punctum c super C, ob æqualitatem ordinatarum cb,& CB:& inclinationes earumdē in angulis æqualibus abc&ABC. Postea fiant abscissæ AN, & a n æquales & ducantur ordinatim applicatæ n o, NM, nempe parallelæ ipsis cb, & CB. Et quia
c h. 21 in c Parabolis b a, ad a n, vel BA ad AN est, vt q ua-tum c b ad qua-tum no

ao, vel vt qua-tum CB ad qua-tum NM. Et in reliquis sectionibus *d* rectangulum hba ad rectangulum hna, vel HBA ad HNA est, vt quadratum cb ad quadratum no; vel vt quadratum CB ad qua-tum NM: ergo recta linea NM æqualis est no: & sunt parallelæ, & conueniunt in n, N in angulis æqualibus ad diametros. Igitur puncta o, & M conueniunt: & sic reliqua omnia puncta. Quare patet propositum. d *h*a.22

PROPOSITIO XXX. *Tab. II. Fig. 23. 24.* Si à duobus punctis G, I ellipsis cuiuslibet FGHI in cono ABD genitæ duæ tangentes lineæ GK, IK conueniant, & a concursu K ducatur quælibet recta linea KFH secans sectionem, & rectam lineam GI tactus coniungentem. Dico lineam KFOH secari in conterminali ratione.

A vertice Coni A per duo puncta G, I ducantur duo latera coni AGE, AIC, quæ occurrant circulo basis Coni in punctis C, E, & coniungatur recta linea AK, & producto plano trianguli AKH secet circulum basis in linea BD: pariterque producto plano trianguli AGI, secet circulum basis in CME: productisque planis conum tangentibus AGK, AIK efficient in circulo basis tangentes CL, EL. Et Primo tan-

gentes CL, EL sint parallelæ eidem AK: & ideo inter se, & ipsi BD æquidistabunt: eo quod *a* BD est sectio communis planorum per parallelas AK, CL extensorum. ergo *b* CE perperis ad circulum tangentes parallelas est, & diameter circuli, secatque *c* bifariam BD parallelam tangenti CL: quare sunt quatuor rectæ lineæ AB, AM, AD, AK: & BD secatur bifariam à tribus ex eis & parallela est quartæ AK: ergo *d* quatuor illæ rectæ lineæ ab A discedentes efficientes sunt conterminalis proportionis, & ab eisdem secatur recta linea KH: ergo *e* vt HO ad OF, ita est HK ad KF. Secundo Tangentes CL EL conueniant in puncto L: & quia tria puncta A, K, L existunt in tribus planis, scilicet in tangente ACL, & in tangente AEL, atque in plano trianguli AD L: ergo in eorum communi sectione, quæ recta linea est, existunt: & ideo in circulo recta *f* linea LB MD à concursu tangentium ducta, secatur in conterminali ratione à quatuor lineis AL, AB, AM, AD: & ab eisdem secatur recta linea KF OH: ergo pariter *g* HO, ad OF, se habet vt HK ad KF. Quod &c.

a VI.8. *b* II.21 *c* II.2. *d* h.3.4 *e* hui.1 *f* hui.5. *g* hui.4

PROPOSITIO XXXI. *Tab. II. Fig.* 25. 26. Si a duobus punctis G, I, cuiuslibet Parabolæ, aut hyperbolæ

bolæ IFGH ductæ duæ tangentes GK, KI conueniant, & à concursu K ducatur quælibet recta linea KH secans tactus coniungentem GI in O, & sectionem in F, H. Dico H K secari in F, O, conterminali proportione.

Per Verticem A Coni, & per lineam KF conum secantem ducatur planum secans conum in triangulo ABD, & basim circularem, vel ellipticam MGNI in recta linea BD: & quia tria puncta A, F, D iacent in superficie conica, nec non in plano trianguli ABD, per verticem Coni ducti: ergo existunt in eorum communi sectione, quæ est latus Coni, & trianguli per Verticem; & ideo per punctum F transibit recta linea AD. Eadem ratione recta linea AB transibit per punctum H. Postea ductis planis conum tangentibus per lineas GK, & IK se mutuo secabunt in linea KA per verticem coni A transiens, & eadem plana secabunt Circulum, vel Ellipsim basis MGNI, in lineis GL, IL, eas tangentibus. Et siquidem tangentes GL, IL parallelæ fuerint inter se a, & ipsis AK, BD parallelæ erunt; & ideo, vt in præcedenti dictum est GI diameter erit bifariam secans BD par-lam tangentibus GL, IL & AK in O: & proinde b quatuor rectæ lineæ AB, AO,

a VI..8 11. 21.

b hui. 3

AO, AD, AK efficientes erunt conterminalis proportionis, cum BD bifariam ſecetur a tribus ex eis, & parallela ſit quartæ AK. Si GL, IL conueniant in vno puncto L. Tunc ex præcedenti erit BO ad OD, vt BL ad LD; & ſimiliter *c* quatuor lineæ AKL, AB, AO, AD erunt efficientes conterminalem proportionem. Cumque in vtroque caſu ab ijſdem quatuor lineis AK, AB, AO, AD ſecetur recta linea KH in F, O, ergo *d* ibidem in conterminali ratione diuiditur. Quod.

c huius.4.

d huius.3.

PROPOSITIO XXXII. *Tab. II. Fig.* 27. 28. 29. 30. Si in Cono EFG ab eodem puncto H ſectionis conicæ HBK ductæ fuerint ad diametrum ABC ordinatim applicata HCK & HD ſectionem tangens. Dico in Parabola Diametrum CD ſecari bifariam in B: in hyperbola vero: & ellipſi ſecari in conterminali ratione, vt AC ad CB, ita ſit AD ad DB, & e Conuerſo.

Apoll. 33. 34. 35. 36. *lib. I.*

Si in Cono EFG baſis ſectionis conicæ tranſit per centrum circuli baſis C tunc baſis ſectionis conicæ HK diameter erit circuli FHG; & ideo ductis tangentibus circulum HO, KL, *a* parallelæ erunt inter ſe, & ducta diametro FG paralella tangen-tibus HO, KL. Et extenſis planis Conum tangentibus per latera coni HE, KE ſe mutuò *b* ſeca-

a huius 2.

b VI. ex 8.

secabunt in recta ED parallela tangenti HO, & FCG. At si Punctum C non est centrum circuli basis, tunc HK non erit eius diameter, & ideo tangentes HO, KL conuenient cum diametro KG extra circulum FHK, vt in puncto O, & similiter ductis planis conum tangentibus per H, & K conueniont in communi sectione EDO, vt prius dictum est. His premissis. Quia sunt quatuor rectæ EF, EC, EG, ED, & recta FG quando parallela est ipsi DE secatur bifariam c à tribus reliquis in primo casu: & quando FG, & ED conueniunt in O, tunc recta FO secatur in conterminali ratione ab ijsdem quatuor lineis a puncto E discedentibus, ob contingentes H O, KO: ergo in parabola d Diameter CD, quæ parallela est vni earum EF secabitur bifariam a tribus reliquis in B, C, D. At in hyperbola, & ellipsi diameter AB e secabitur in conterminali ratione ab ijsdem quatuor lineis; & proinde AC ad CB est vt AD ad BD.

c huj.4.

d huj.6

e huj.6.

E conuerso ijsdem positis. Sit in parabola CB æqualis BD & in reliquis AC ad CB, vt AD ad DB. Dico HD tangere sectionem in H. Sin minus ducatur tangens sectionem in H, quæ conueniat cum diametro in N alibi quam in D. Ergo ex prima parte in parabola CN se-

catur bifariam in B, & recta AB secabitur in conterminali ratione in C, N in reliquis sectionibus. Quod est contra hypothesim. Non ergo &c. Quod &c.

Proprietates tangentium coni sectiones quas Appollonius methodo prolixa & abstrusa demostrauit mirabili facilitate Fr. maurolicus ostẽdit. nostræ pro-nes tanti viri genium imitantur.

Apoll. II. 37. PROPOSITIO XXXIII. *Tab. II. Fig.* 31. 32. Si à quolibet puncto C non verticali hyperboles, Ellipsis, aut Circuli BC ductæ fuerint ad diametrum EBA ordinata CE, & contingens CD. Dico rec-lum DFE, æquale esse qua-drato FB, & rec-lum FED ad qua-tum CE esse vt latus transuersum AB ad rectum latus BX.

a hu. 32 Quoniam propter contingentiam *a* est AD ad DB, vt AE ad EB, ergo componendo vt duæ AD, DB ad BD, ita sunt ambæ AE, EB ad EB. & semisses antecedentium ad easdem consequentes in eadem ratione erunt: estquè in hyperbola FE semissis ipsarum AE & EB, & in ellipsi FD dimidium est duarum AD, DB; & in vtrisque FB est semissis reliquarum, ergo in hiperbola vt FE ad EB, ita est FB ad BD,

b III. 14. & per conuersionem rationis *b* EF

ad

ad FB eſt vt FB ad FD. at in Ellipſi FB ad BE eſt vt FD ad DB & per conuerſionem rationis vt BF ad FE ita erit DF ad FB.

Quare tam in hyperbola, quàm in ellipſi & in Circulo *c* rectangulum ſub extremis DFE æquale eſt quadrato mediæ FB. Poſtea quia *d* differentia duorum quadratorum FE, FB eſt rectangulum AEB: fuit autem rectangulum DFE æquale quadrato FB: ergo differentia quadrati FE, & rectanguli DFE eſt rectangulum AEB: differt vero quadratum FE à rectangulo DFE in rectangulo DEF: ergo rectangulum AEB æquale eſt rectangulo DEF; ſed *e* rectangulum AEB ad quadratum CE habet eamdem rationem, quàm latus tranſuerſum AB ad rectum BX figuræ: ergo rectangulum DEF (quod eſt æquale ipſi rectangulo AEB) habet ad quadratum CE eamdem rationem, quam habet latus Tranſuerſum ad rectum. Quod &c.

c IV. cor. 2. 14
d V. 22.
e hu. 24

PROPOSITIO XXXIV. *Tab. II, Fig.* 33. 34. Si à quolibet puncto C non verticali hyperboles, Ellipſis, aut circuli CB duæ rectæ ductæ fuerint ad ſecundam diametrum AB priori coniugatam, altera C e ordinata, reliqua C d ſectionem contingens. Dico quod rectangulum e

Apoll. II. 38.

C 4 Fd

Fd sub segmentis secūdæ diametri ab eis vsq;ad centrum interceptis æquale erit qua-to bF semidiametri; & rec-lum d e F ad qua-tum C e est vt latus rectum BK ad transuersum AB.

In Ellipsi sit b x latus rectum coniugatæ diametri a b. erunt a ergo BX, ba, AB,bx continuæ proportinales, & ideò ab ad bx erit vt X B ad AB, sed (ex præcedenti) cum ex puncto C ad diametrum a b ducantur ordinata Ce & contingens Cd.ergo quadratum bF æquale est rec-lo dFe; & rectangulum deF ad quadratum C e erit vt ab ad bx, seu vt BX ad AB.

a huius 28. def. 17.18.

In hyperbola vero ob parallelas DF, & Ce b est vt Fe ad ed ita DC ad Cd, seu DE ad EF, & sumptis altitudinibus communibus Fe & FE c erit quadratum eF seu CE ad rectangulum Fed vt rectangulum DEF ad quadratum FE; & permutando quadratum CE ad rectangulum DEF, seu d vt BX ad BA ita est rectangulum Fed ad quadratum FE, seu eC, quod erat primum. Rursus quia quadratum CE ad rectangulum Fed est vt rectangulum FED ad quadratum FE, seu eC, & ad eorum differentias proportionales erunt, scilicet quadratum CE ad rectangulum eFd erit vt rectangulum DEF ad rectangulum DFE,

b 17. 2. & 4.

c 17. 1.

d hu. 33

&

& permutando quadratum CE ad rectangulum DEF, seu vt *e* BX ad BA, seu vt quadratum bF ad quadratum FB ita erit rectangulum eFd ad rectangulum DFE, seu ad ei æquale quadratum BF, ex præcedenti propositione. Ergo quadratum bF ad quadratum FB erit vt rectangulum eFd ad idem quadratum FB, & proinde quadratum bF æquale erit rectangulo *eFd*. *e hu.33*

PROPOSITIO XXXV. *Tab.II. Fig.35.* In Ellipsi, & oppositis sectionibus A H, B G vt latus transuersum BA ad rectum AC, ita est rectangulum GEX, à segmentis rectę GXE æquidistãtis diametro transuersæ inter sectiones & vnam ordinatim applicatam HM ad rectangulum HEM sub ordinatæ segmentis contentum.

Applicentur ordinatim GF, XN ad diametrum BA, cuius centrum Z. Quia *a* excessus quadrati ZL supra quadratum ZN æquale est rectangulo FLN; & excessus quadrati ZN supra quadratum ZA est æquale rectangulo BNA; ergo quadrati ZL excessus supra quadratum ZA æquale est rectangulis FLN, & & BNA simul sumptis; & est quoque *b* differentia eorumdem quadratorum æqualis rectangulo BLA. Igitur rectangulum BLA æquale *a V.22.* *b eadẽ*

est duobus rectangulis FLN, & B
c hu. 24 NA simul sumptis. Estque c latus transuersum BA ad rectum AC vt totum rectangulum BLA ad totum quadratum HL, & ita quoque est ablatum rectangulum BNA ad ablatum quadratum XN, seu EL. Er-
d V. ex go illius residuum d rectangulum F
22. LN, seu GEX ad huius residuum rectangulum HEM erit vt totum ad totum, seu vt BA ad AC.

Apoll. PROPOSITIO XXXVI. *Tab. II.*
II. 26. *Fig. 36. 37.* Omnium rectarum AB,
41. CD per punctum G quod non sit centrum M sectionis conicæ, vel oppositarum BCD, applicatarum; vna solummodo ibidem secari potest bifariam, illa scilicet, quæ parallela est tangenti verticali diametri primæ, vel secundæ per idem punctum G extensæ.

a hu. 21 Ducatur per G diameter MG a parallela quidem diametro SR in
b hu. 22 parabola, & per b centrum in hyperbola, ad quam vel vna tantum, vel neutra erit ordinatim applicata: quandoquidem eidem tangenti ex vertice F non possunt esse æquidistantes duæ AB, & CD se mutuo secantes. Secet iam diameter MG ordinatim applicatam XO per G ductam, a qua secetur recta CD, & per C, & D ducantur ordinatæ CZ, DN parallelæ eidem XO, sitque

que ZC propinquior vertici, quàm DN: & ideo c quadratum DN ad quadratum CZ eam rationem habet, quam NF habet ad minorem ZF in Parabola, vel in d hyperbola eam, quam habet maius rectangulum MNF ad minus MZF. Et propterea quadratum DN maius erit quadrato CZ, & linea DN maior CZ. Cumque propter parallelas DN, CZ triangula e GND, GZC similia sint, erit vt maior DN ad minorem CZ, ita GD ad GC; ideoque DG maior erit quam GC. Eadem ratione si ordinatim applicata XG secat rectam AB erit inferior eius pars BG maior quàm GA: Quare ambo rectæ AB, CD erunt inæqualiter sectæ, aut vna tantummodo semisecabitur, illa scilicet, quæ ordinatim applicata est ad diametrum GF. Postea in ellipsi, & oppositis sectionibns si fieri potest se mutuò secent bifariam rectæ CD, AB in puncto G, quod non sit centrum; & coniungatur ex Centro M recta MG, atque MF fiat parallela ipsi CD, & MH per centrum ducatur parallela alteri AB erit diameter secunda. Cumque AB, CD se mutuò secent in G: ergo HM, FM angulum constituunt in M: & quia AB bifariam secatur in G, & per centrum ducitur GM, & HM parallela ipsi AB est diame-

c *bn*.23
d *bn*.24
e *IV*. 4

f *hu.27* ter transuersa: ergo *f* MG Secunda Diameter est ei coniugata, & ordinatim erit applicata ad diametrum HM (aliàs ordinata à centro M secaret ipsam AB bifariam alibi quam in G, quod fieri nequit).
g *hu.21* Ideoque *g* GM parallela erit contingenti à vertice H ductæ. Eadem ratione GM parallela erit contingenti à Vertice F ductæ: ergo duæ contingentes à punctis F, H parallelæ eidem GM, erunt inter se quoque parallelæ: ideoque recta linea duo puncta, F, & H coniungens diameter erit: & propterea per centrum M transibit. Quare vna linea recta est FMH, quod est absurdum. Quare rectæ AB, CD non possunt se mutuò secare in G bifariam. Quod &c.

28. 36. lib. 2. Apoll. *Corollarium I.* Colligitur quod in sectione Coni, vel in sectionibus oppositis recta linea secans bifariam duas applicatas parallelas inter se Diameter erit. Nam ambæ parallelæ ordinatim applicatæ erunt ad illam Diametrum, quæ per punctum semipartitionis cuiuslibet parallelarum earumdem ducitur; Cúque
h *hu.36* *h* vna tantum recta linea per ambarum semipartitionem duci possit, Ergo illa diameter erit.

7. 34. lib. 2. Apoll. *Corollarium II.* Similiter si per pun-

punctum bifariæ partitionis rectæ applicatæ parallelæ contingenti, & per contactum recta extendatur : erit Diameter. Nam tam contingens, quàm ei parallela ordinàtim applicatæ sunt ad Diametrum per contactum, & per alterius semipartitionem ductam. Quare recta per eadem puncta extensa Diameter erit.

Corollarium III. E contra si in dictis Coni sectionibus Diameter rectam quandam bifariam secet: quæ ad terminum diametri contingit sectionem parallela est rectæ bifariam diuisæ. Nam recta bifariam secta necessariò erit ordinatim applicata ad diametrum : & ideo semisecta, & contingens verticalis parallelæ erunt inter se. *5.6.35. lib. 2. Apoll.*

PROPOSITIO XXXVII. *Tab. II. Fig. 39.* In Parabola ABD quælibet recta linea BF secans diametrum secabit peripheriam sectionis in duobus punctis.

Ducatur ordinata FA, quæ cadat infrà rectam BF: & quia BF cadit inter ordinatam FA, & diametrum FC: ergo FB producta secat peripheriam in aliquo puncto B intercepto inter A, & verticem C. Postea à puncto B ducatur ordinata BG: & vt a GC ad CF, ita fiat F *a 1 p. 1.*

C E; & a puncto E ducatur E D parallela ipsi GB, conueniens cum FB in D. Et quia proportionales sunt tres EC, FC, GC. Ergo diuidendo EF, ad FC est, vt F G ad GC: & permutando, & conuertendo erit GF ad FE, vt GC ad CF; sed propter similitudinem

b IV. 4 triangulorum GBF, EDF, vt *b* GF ad FE, ita est GB ad ED: quare vt GC ad CF: ita erit GB ad ED;

c IV. 17 & vt *c* CG ad tertiam proportionalē CE ita erit quadratum GB ad qua-

d hu. 21 dratum ED. Vnde *d* ED erit ordinata à puncto E ducta. Et propterea punctum D in peripheria sectionis existet: ideoque recta BF producta secabit ex altera parte peripheriam sectionis in puncto D. Quod &c.

Apoll. 44. 45. 46. 47. 48. lib. II. PROPOSITIO XXXVIII. *Tab II. Fig.* 40. 41. 42. In qualibet Coni sectione vel in Oppositis ABH, GM diametrum, axim, Centrum atque figuræ latera inuenire.

Primo Diameter inuenietur hac ratione. Sumantur quælibet duo puncta B, H, in peripheria sectionis, & iungatur recta BH: & ab aliquo puncto P intercepto inter puncta B, H; recta linea PQ applicetur parallela ipsi BH: & ambæ secentur bifariam in F, & X: atque

a hu. 36 cor. 1. recta FAX extendatur: erit *a* XFA Diameter. Secundo in oppositis sectio-

ctionibus, & ellipsi reperiatur eodē artificio Diameter AG, & bifariam secetur in E; Hoc *b* centrum erit. b *hu.15* Tertio Axim reperiemus sic in Parabola quidem ad quamlibet eius diametrum BR applicetur recta M R ad angulos rectos super BR, quæ producta *c* secabit sectionem in S: c *hu.37* & MS secetur bifariam in puncto N: atque per N ducatur NA parallela diametro BR. Similiter in Ellipsi, & hyperbolis oppositis, centro E, & interuallo quolibet EM, ducatur arcus circuli MS, secans peripheriam sectionis in duobus punctis M, S, atque recta MS ducatur, & secetur bifariam in N: atque recta NEA extendatur, quæ in triangulo isoscelio EMS secabit ad angulos rectos ipsam SM semisectam: Erit semper NA Axis: Quia est diameter secans ordinatim applicatam MS ad angulos rectos.

Quarto Producatur qualibet Diameter AE vltra Centrum, vt sit E G æqualis EA, vel quousque secet alteram peripheriam. Erit AG latus transuersum figuræ, & recta *d* G d *def.16* Y, ad quam latus transuersum eamdem rationem habet quam rectangulum ANG ad quadratum ordinatæ MN: erit latus rectum figuræ. At in Parabola *e* tertia proportionalis abscissæ AF, & ordinatæ B e *def.15* F erit latus rectum, vt *f* superius f *hu.23* probatum est. Quod 24.

Quod vero esse non possint alij Axes earumdem sectionum, sic ostendetur. Sit axis NA, & ducatur quælibet alia diameter transuersa BD, & duæ contingentes AD, BC secantes diametros in C, D, & se mutuo in O: erunt AD, BC ordinatim applicatæ quælibet ad Diametrum, quam in vertice contingit. Et quia DA ad axim AC perpendi-
g 6*n*.21 cularis est; ergo in Parabola *g* angulus ADB rectus erit propter æquidistantiam Diametrorum AC, BD. Quare in Triangulo BDO rectangulo in D, erit angulus DBC acutus. In Hiperbola vero angulus EDA erit acutus, cum in Triangulo EDA sit angulus EAD rectus; estque in Triangulo DBO externus EDA, qui erat acutus, maior interno, & opposito DBO. Ergo angulus EBC, acutus quoque erit. In Ellipsi autem ducta BF ordinata, seu perpendiculariter ad axim AE
h 6*n*.12 G. Patet *h* quadratum BF non esse æquale rectangulo AFG (aliàs figura ABG esset circulus, quod non
i 6*n*.33 ponitur) sed rectangulum *i* CFE æquale est rectangulo AFG: Ergo rectangulum CFE non est æquale quadrato FB; ideoque angulus CB
l *IV*. 9. E, non erit rectus, (aliàs *l* tres CF,
m *IV*. 14.co.2. FB, FE essent proportionales & *m* rectangulum sub extremis CFE æquale esset quadrato mediæ FB,

quod

quod est falsum) cum Ergo in qualibet alia diametro BD necessario CB, quæ est ad illam ordinatim applicata non secetur ad angulos rectos. Ergo BD axis non est. Ideoque tantummodo CA axis erit. Quod &c.

PROPOSITIO XXXIX. *Tab. III. Fig.* 1. & 2. Sint sectio Conica, Circulus, vel Oppositæ sectiones AOGB: & ductis duabus tangentibus AD, DB concurrentibus in D; iunctaque recta AB, hæc Primo bifariam secetur in E, & coniungatur recta DE. Dico DE diametrum esse; & è conuerso. *Apoll. 29. 30. 38. 39. lib. 2.*

Si enim hoc verum non est, ducatur per E diameter EF, quæ in omnibus sectionibus, præter quam in Parabola transibit *a* per Centrum; secetque diameter EF vnam tangentium AD in F; & FB coniungatur; hæc omnino secabit sectionis peripheriam alicubi, vt in G, cum *b* inter tangentem BD, & sectionem ducatur; Et per G ducatur recta GNOH parallela ipsi AB, erit GO ordinatim applicata ad diametrum FE. Et ideo secabit Diametrum EF infra Verticem, in omnibus sectionibus exceptis Oppositis cum punctum G cadat extra lineam FE, eam secet in N, & sectionem in O, atque tangentem AD in H. *a huius 22* *b huius 11*

Ergo

c *hu.* 21 & 22. d *IV*. 4. Ergo recta c GO bifariam diuiditur in N; sed in Triangulo AFB, vt d EF, ad FN, ita est BE ad GN; & ita est AE ad HN (propter parallelas AB, GH) suntque antecedentes AE, BE æquales: ergo GN, NH æquales erunt. At erant æquales GN, NO: ergo, ON, & HN æquales erunt: quod est impossibile. Non ergo aliqua alia recta FE, preter quam DE esse potest Diameter. Quare patet propositum.

Secundo ab occursu tangentium D ducatur diameter DE, vel recta DE coniungat punctum D, & Centrum. Dico AB in E bifariam secari a diametro DE. Si hoc verum non est secetur AB bifariam in X, & iungatur DX; erit, vt modo ostensum est, DX diameter quoque. Quare in Parabola duæ diametri conuenient in D, quod est impossibile. In reliquis vero sectionibus punctum D erit Centrum, Extra figuram in Circulo: & Ellipsi. At e *huius* ex 32. in e Hyperbola, & oppositis sectionibus recta DA ex centro D ducta sectionem non secabit, sed continget. Quæ sunt absurda. Quare AB in E secatur bifariam à diametro DE. Quod &c.

PROPOSITIO XXXX. *Tab. III. Fig.* 3. 4. Si à quolibet puncto E periphæriæ sectionis conicæ ABE

duæ

duæ rectæ EG, EH ordinatim applicentur ad duas diametros AD, BC: triangulum ab vna tangente verticali & ab vna applicatarum ad vnam diametrum constitutum, quale est BNH, æquale erit quadrilatero ab eadem tangente à duabus applicatis ad alteram diametrum constituto nempe ENDG.

Ducatur AK parallela tangenti BD. Quia à puncto A sectionis conicæ ducuntur tangens AC, & ordinata AK ad diametrum CB. Ergo in parabola *a* diametri portio CB æqualis est BK, sed ob par-mum KD *b* est DA æqualis eidem BK, erit CB æqualis DA, & sunt parallelæ; igitur *c* triangulum CIB simile & æquale erit triangulo AID. verum in reliquis sectionibus tangens AC & ordinata AK *d* secāt diametrum in partes proportionales KL, BL, CL & ideo *e* triangulum AKL ad ei simile triangulum DBL erit vt idem triangulum AKL ad æquè altum ACL. proindeque *f* triangula DBL, & CAL æqualia sunt interse & ablato communi quadri-ro IL erit triangulum BCI æquale triangulo ADI; & in vtrisque sectionibus addito communi qua-ro AIBK, erit triangulum CAK æquale quatero DK. Postea in sola parabola quia *g* vt quadratum KA ad quadratum FE, seu vt triangulum CKA

a *hu*.32
b I. 26.
c IV. 4
d *hu*.33
e IV.15 &.
f III.4.
g *hu*.21

ad

ad triangulum ei ſimile HFE ita eſt abſciſſa K B ad FB, ſeu *b* parallelogramum K D ad parallelo-
h IV. 18. gramum F D. Et in reliquis ſectionibus. Quia quadrata ex LB, LF, LK ſunt interſe vt triangula ſimilia L B D, L F G, LKA ex ijſdem homologis deſcripta. Ergo
i III. 15 *i* differentiæ illorum quadratorum ſunt interſe, vt differentiæ eorundem triangulorum; ſed quadrato-
l V. 22. rum *l* differentiæ ſunt rectangula MKB & MFB, pariterque triangulorum differentiæ ſunt trapetia KB DA, & FBDG. ergo vt ſe habet rectangulum MKB ad rectangulum MFB ita eſt trapetium KD ad tra-
m IV. 18. petium FD; & eſt *m* triangulum KAC ad ei ſimile triangulum FEH vt quadratum AK ad quadratum F
n *huius* 22 E, ſeu vt *n* rectangulum MKB ad rectangulum MFB; ergo vt trapetiũ KD ad trapetiũ FD, ita eſt tri-lum AKC ad tri-lũ FEH; & fuerunt antecedentia triangulum ACK æquale qua-ro KD. ergo conſequentia triangulum HEF æquale eſt quatero FD; & ablato communi quatero FN erit triangulum HBN æquale qua-tero ED.

PROPOSITIO XLI. *Tab. III. Fig. ead.* Iiſdem poſitis: Dico vt quadratum tangentis BI ad quadratum tangentis IA, ita eſſe rectangulum POE ad quadratum ſectæ tangentis OA. Quia

Quia semi ordinatæ *a* PF, FE sunt æquales,&ex præcedenti triangulum HNB æquale est quadrilatero ED, atque triangnlum BIC æquale est triangulo AID estque *b* differentia quadratorum FO, & FE æqualis rectangulo POE, & differentia triangulorum similium CFO, & HFE æqualis est quad-tero EC. ergo quadratum FO ad rectangulum POE est vt triangulum COF ad quad-terum EC; seu *c* ad ei æquale triangulum AOG; est vero quadratum *d* BI ad quadratum FO vt triangulum BCI ad ei simile triangulum CFO. igitur ex æqualitate ordinata quadratum BI ad rectangulum POE est vt triangulum CBI, seu DAI ad triangulum AGO, vel vt quadratum IA ad quadratum OA, & permutando quadratum BI ad quadratum IA erit vt rectangulum POE ad quadratum OA.

a *hu*. 21 & 22.

b *V*. 22

c ex *præced*.

d *IV*. 18

PROPOSITIO XLII. *Tab. III. Fig.* 5. Si à duobus punctis E, F sectionis conicæ AEB ad duas diametros AD, BC applicentur ordinatæ PE, LF, se secantes in N, & duæ tangentes verticales BD, AC se secantes in I. Dico vt quadratum BI ad quadratum IA ita fore rectangulum PNE ad rectangulum LNF.

Producantur PE, LF ad G & H &

H, & ex punctis E, F ducantur EO,
a hu.46 FQ parallelæ tangentibus, erit a triangulum BTO æquale quad-ro E D, & triangulum B R H æquale quad-tero FD; quare differentiæ eorumdem spatiorum æquales erunt, scilicet quad-terum T H æquale erit quad-tero EQ minus spatio F T. ergo addito communiter FT erit quad-terum FO æquale qua-ro EQ & præterea addito communiter spatio NX erit quad-terum NQ æquale quad-tero NO.

b hu.21 22. Postea quia b ordinatæ PE, LF secantur bifariam in K & M. erit P N summa, & NE differentia in æqua-
c V.22 lium KE, KN: & differentia c quadratorum KE, & KN erit equalis rectangulo PNE, sicuti trapetium NO est differentia triangulorum similium KEO, & KNH. ergo vt quadratum KE ad rectangulum PN E, ita est triangulum KEO ad quadriterum NO; & permutando quad-tum KE ad triangulum KEO ita est rectangulum PNE ad quadraterum NO, seu ad ei æquale spatium
d IV.18 NQ. verum vt d quadratum KE ad triangulum K E O, ita est quad-tum BI ad triangulum illi simile & similiter positum BIC. igitur vt quadra-
e hu.40 tum BI ad triangulum BIC seu e ad ei æquale triangulum AID, ita est rectangulum P N E ad quad-terum N Q. Eadem ratione quad-tum AI

AI ad triangulum AID eſt vt rectangulum LNF ad quad-terum N Q, & inuertendo triangulum ADI ad qua-tum AI eſt vt trapet um N Q ad rectangulum LNF. quare ex æquali quadratum BI ad quadratum IA eſt vt rectangulum PNE ad rectangulum LNF. f III.19

PROPOSITIO XLIII. *Tab. III. Fig. 6. 7. 8.* A centro hyperboles BAC infinite productæ duas rectas in eius plano ducere cum ſectione non conuenientes, quæ ſemper propius ad ſectionem accedant, ita vt inter eas & ſectionem alia recta ex centro vel alteri earum parallela duci non poſſit. Vocentur tales rectæ lineæ *Aſimptoti*. Ap.II. 2, 13, 14.15.

In cono GHK in quo exiſtit Hyperbola BAC per eius centrum O& verticem G coni ducta ſint a plana conum tangentia GNS, GRV extenſa per latera GN, GR trianguli GNR æquidiſtantis plano hyperboles, & producantur quouſque occurrant plano ſectionis in rectis OS, OV à centro diſcedentibus. Dico Primum rectas OS, OV nunquam cum hyperbola conuenire. Quia Planum OGNS cadit extra conum, & tangit Coni ſuperficiem ſolummodo in eius latere GN, & recta OS in eodem plano tangente exiſtens b parallela eſt lateri contactus GN a ꝰ hu.11 b VI.9

GN cum ſint communes ſectiones æquidiſtantium planorum, & plani tangentis: ergo eadem c OS in infinitum extenſa nunquam conueniet cum latere coni GN; & ideo OS ſemper extra conum iacebit, & ab eius ſuperficie diſtabit. At hyperbola AC ſemper in coni ſuperficie iacet, & in eodem plano curua AC, & recta OS exiſtunt: ergo AC, & OS in infinitum productæ nunquam conuenient. Dico Secnndo quod quælibet recta linea XZ parallela ipſi OS in plano hyperboles inter ſectionem, & OS alicubi ſecabit ſectionem AC. Quoniam duæ GN, XZ eidem OS ſunt parallelæ, ergo d interſe quoq; parallelæ ſunt; ideoque in vno ſunt plano, quod ſecat conum, quandoquidem e infra planum contingens NGS ducitur: & propterea planum per GN, XZ efficiet in Cono Triangulum GNI per Verticem ductum, cuius alterum latus præter GN ſit GI. Et quia in eodem plano parallelarum GN, XZ ducitur GZI ſecans vnam parallelarum GN in G: ergo f GZI producta ſecabit alteram XZ alicubi vt in Z. Cumque punctum Z in latere coni GZI, ideſt in ſuperficie conica, & in plano hyperboles exiſtat: ergo Z exiſtit in periphería hyperboles. Et quia productio rectæ XZ infra Z vt in Y, ſecat ipſam

c I. ex 14.

d 1P.7.

e hu. 11

f I. 29.

ſam GZI productam: ergo ZY cadit inter duo latera coni GN, & GZI, & ideo intra planum NGI conum per verticem ſecans. Quare ZY infinitè producta verſus Y ſemper cadit intra conum: & propterea intra hyperbolam; ſecabitque eius peripheriam in vnico tantum puncto Z: quare locus à recta OS, & peripheria hyperboles AZC contentus nō eſt capax vnius rectæ XZ, quæ parallela ſit ipſi OS. Tertio dico quod diſtantia periphæriæ ſectionis à recta OS ſemper plus ſtringitur quo magis a vertice A ſectionis remouetur. ſit enim in ea punctum C remotius a vertice quam Z, & à puncto Z ducta, recta ZY parallela ipſi OS g cadet inter ſupremam peripheriam ZAB, & rectam OS; at poſt ſingularem ſectionem in Z, ſegmentum ZY perpetuo cadit intra ſectionem; ergo punctum ipſum C cadet in ſpatio intercepto inter duas parallelas ZY, & OS: & propterea diſtantia puncti C à recta OS minor erit, quam diſtantia puncti Z ab ipſa parallela OS. Quarto dico quod quælibet recta OL à centro O ducta intra angulum AOS, neceſſario hyperbolam ſecabit. Ducatur à vertice ſectionis A recta AP parallela ipſi OS: cadet AP poſt ſectionem in A ſemper intra hyperbolam; & ideo recta OL

g huius part. 2.

D ca-

cadens infra parallelam OS, & eam
h I. ex 29 secans, necessario *h* reliquam parallelam AP infra punctum A secabit. Quare peripheriam sectionis prius secabit; quæ omnia erant ostendenda. Vocentur autem huiusmodi rectæ lineæ OV, OS *Asimptoti* & angulus VOS vocetur angulus figuram *Continens*.

Corollarium I. Manifestm est quod distantia periphæriæ sectionis ab asymptoto, ne dum semper magis minuitur quo magis a vertice remouetur; sed etiam minor efficitur quacunque assignabili distantia. Nam semper duci potest recta parallela asimptoto minus ab ea recedens quam sit distantia data, & illa alicubi peripheriam hyperboles secabit.

Corollarium II. Rursus patet, quod omnium rectarum à centro oppositarum sectionum ducibilium, illæ tantummodo diametri transuersæ esse possunt, quæ intra angulum ab asymptotis contentum duci possunt. Nam illæ tantummodo secare possunt oppositas sectiones in singulis punctis.

Non coincidentium linearum mirabiles proprietates, quas Apollonius indirectè demonstrauit. Fr. Maurolicus euidentiori progressu

affir-

affirmatiuè omnium primus oſtendit libro 2. de lineis horarijs, quam egregiam methodum nos imitati ſumus.

PROPOSITIO XLIIII. *Tab. III. Fig. 9.* Si circà hyperbolem BAC in cono GHK Aſymptoti ducantur VOS : efficient rectangula ſub ſegmentis ordinatim applicatarum BC, XZ contenta, quæ inter aſymptotos, & ſectionem interijciuntur vt BSC, SBV, XAZ æqualia quadranti figuræ, quæ ad diametrum conſtituitur. Scilicet rectangulo OAI ſub ſemi tranſuerſo OA & ſemilatere recto AI contento.

Quia latus *a* tranſuerſum DA ad rectum AF ſe habet vt rectangulum DEA ad quadratum ordinatæ EC, ſeu *b* ad ei æquale rectangulum HEK, ob circulum; ſed *c* rectangulum DEA ad rectangulum HEK ſe habet vt quadratum GM ad rectangulum HMK, ſeu *d* ad ei æquale quatum MN perpendicularis ad diametrum : ergo quadratum GM ad quadratum MN ſe habet vt latus tranſuerſum DA ad rectum FA, ſeu vt ſemiſſes OA ad ſemiſſem AI; vel *e* vt quadratum OA ad rectangulum OAI. Poſtea quia duorum planorum æquidiſtantium GNR, & OBC *f* ſectiones GM, & OE factæ ab eodem plano GHK ſunt inter ſe

a *hu*.24
b IV.23
c *hui*.9.
d IV.22
e *I*V.1.
f V*I*.9.

parallelæ. Pariterque ſectiones M N, ES factæ a circulo baſis ſunt parallelæ; nec non ſectiones GN, O S factæ à plano conum tangente GS ſunt quoque inter ſe parallelæ. Ergo *g* triangulum G M N ſimile
g IV.7. eſt triangulo OES, ſeu triangulo OAZ, cum tangens AZ ſit æquidi-
h IV.18 ſtans ES. Quare vt *h* quadratum GM, ad quadratum MN ita eſt quadratum O A ad quadratum A Z: erat autem quadratũ OA ad rectangulum OAI vt quadratum GM ad quadratum MN. Ergo idem quadratum OA eandem proportionem habet ad quadratum AZ, & ad rectangulum OAI. Proindeque quadratum *i* AZ æquale eſt rectangulo
i III.4. OAI, ſeu quadranti Figuræ.

Poſtea quia quadratum *l* OE ad
l IV.4. & 18. quadratum ES eſt vt quadratum O A [ad quadratum AZ, & erat rectangulum DEA] ad quadratum EC vt quadratum OA ad rectangulum OAI, ſeù ad quadratum AZ. Ergo totum quadratum OE ad totum quadratum ES ſe habet vt ablatum rectangulum DEA ad ablatum quadratum EC. Quare *m* reſiduum
m V.22 quadratum OA ad reſiduum rectangulum BSC erit vt totum quadratum OE ad totum quadratum ES: ſeu vt quadratum OA ad quadratum AZ. Quapropter idem quadratum OA eandem rationem habebit ad

rectan-

rectangulum BSC atque ad quadratum AZ. Et fuit quadratum AZ æquale quadranti figuræ, scilicet rectangulo OAI. Ergo rectangulum BSC æquale quoque erit eidem quadranti figuræ.

Simili modo quodlibet rectangulum CVB, vel SBV equale erit quadranti figuræ DAF. Quod &c.

Corollarium. Constat segmenta cuiuslibet ordinatim applicatæ inter sectionem & Asymptotos intercepta æqualia esse interse. Ostensæ enim fuerant CS, BV, nec non AX, AZ æquales.

PROPOSITIO XLV. *Tab. III. Fig.* 10 & 11. Si quadratum AE contingentis hyperbolem AB: aut rectangulum GNF secantis poterit quadrantem figuræ, quæ ad diametrum pertactum A ductam, siue per punctum K semipartitionis secantis constituitur. Dico quod recta DE, vel DN à centro perterminos illarum ducta Asymptoton erit. *Apoll. I. & co. nu. 10. lib. 2.*

Si enim hoc verum non est describatur circà hyperbolem AB *a* asymptoton DX vel DZ, quæ secet rectas lineas AE, GF in X vel Z vltra vel citra puncta E, N. Erit *b* rectangulum AXA, vel GZF æquale quadranti figuræ, quæ ad diametrum AS constituitur. Quare re- *a hu. 43* *b hu. 44*

rectangulum AEA æquale erit rectangulo AXA, & rectangulum GNF æquale erit rectangulo GZF: pars ſuo toto quod eſt impoſſibile. Non ergo aſymptoton DX, vel DZ tranſit vltra, vel citra puncta E, vel N. Vnde per eadem puncta E, vel N tranſibit. Quod &c.

PROPOSITIO XLVI. *Tab. III. Fig.* 12. 13. Quælibet recta AE contingens, aut FG ſecans hyperbolem BAC in duobus punctis F, G. Dico quod cum vtraque aſymptoton ED, DH conueniet; & ſegmenta earundem EA, & AH; nec non NF, GO æqualia erunt inter ſe: atque rectangula EAH, & NFO contenta ſub illarum ſegmentis ab vno puncto ſectionis ad aſimptotos intercepta æqualia erunt quadranti figuræ, quæ ad diametrum SA per tactum ductam conſtituitur.

Si enim hoc verum non eſt ſecentur rectæ AE, GF in X, vel Z, vt ſit rectangulum AXA, vel GZF æquale quadranti figuræ ſub latere tranſuerſo SA & recto M contentæ, & coniungatur recta DX vel DZ: a *hu*.45 erit *a* hæc aſymptoton: erat autem DE, vel ND aſymptoton etiam. Quare in loco ab aſymptoto, & hyperbola terminato aliqua alia recta linea DE, vel DN ex centro duci poteſt, non conueniens cum

ſe-

ſectione; quod *b* eſt impoſſibile.
Quare aſymptoton D X, vel DZ cadet preciſè ſupra DE, vel DN. Eàdem ratione aſymptoton ad partes H ſecans rectas AE, FG cadet precisè ſuper DH vel DO. Vnde aſymptoti HDE ſecabunt rectas AE, FG, & ſegmenta *c* EA, AH erunt æqualia inter ſe, nec non NF, GO æqualia erunt, atque rectangula EAH, & NFO æqualia erunt quadranti figuræ SAM, quæ ad diametrum conſtituitur. Quod &c.

b huius 43

c huius ex 44.

PROPOSITIO XLVII. *Tab. III. Fig.* 14. A dato puncto D intra datum angulum ABC deſcribere hyperbolem, ita vt rectæ ABC continentes angulum ſint Aſymptoti.

Appol. 4. lib. 2 Pappi lib. 5.

Ex puncto D ducatur DL parallela AB, ſeceturque GL æqualis G D: & coniungatur BL, cui parallela ducatur AC ex puncto D, iungaturque D B. Iam quia DL ſecatur bifariam in G à tribus BL, B G, BD & eſt parallela quartæ BA. Ergo *a* quælibet alia AC, quæ eſt parallela vni ex iiſdem quatuor BL bifariam ſecabitur à tribus reliquis BA, BD, BC. Poſtea producta DB fiat DB æqualis BE; & vt ED ad A C ita fiat AC ad F. Deinde *b* deſcribatur hyperbole IDH, ita vt E D ſit eius latus tranſuerſum, F vero rectum, & anguli inclinationum ſint

a huius 4

b huius 26

c IV.14 cor. 2. æquales angulo BDC. Quoniam c quadratum AC æquale est rectangulo DEF. Ergo quadratum semissis AD, vel DC tangentis æquale est quadranti figuræ EDF. Ideoque d AB, BC asymptoti sunt descriptæ hyperboles IDH. Quod &c. d huius 45

PROPOSITIO XLVIII. Tab. III. Fig. 15. In hyperbola A, & eius opposita B, quarum asymptoti DH, KM recta NO subtendat angulum MCD qui deinceps est. Dico rectam NO cum vtraque sectionum conuenire in vnico puncto; & rectangulum NSO, vel ORN æquale esse quadrato semidiametri CA parallelæ NO, & segmenta OS, NR æqualia fore. Quia recta CBA parallela est ipsi NO. Ergo CBA secans angulum figuræ per centrum hyperbolas secabit; eritque BA earum diameter transuersa. Quare a NO parallela ipsi BA in vnico puncto R, vel S vtramlibet sectionum secat. a huius ex 27.

Secundo ducantur a punctis A, & S ordinatim applicatæ X A Z, DSK ad diametrum BA. Quoniam tangentis b quadratum X A, vel rectangulum XAZ ad quadratum CA habet proportionem compositam ex ea quam habet XA ad AC, & ZA, ad AC; est vero c DS ad SO b IV.13 c IV. 4

vt

vt XA ad AC, atque KS ad SN est vt ZA ad AC; quare *d* ratio rectanguli KSD ad rectangulum NSO est vt ratio rectanguli XAZ ad quadratum AC (cum laterum rationes eas componentes eædem sint). Cumque antecedentia *e* rectangula XAZ DSK æqualia sint, erunt consequentia, rectangulum NSO, & quadratum AC æqualia quoque inter se. Eadem ratione rectangulum ORN æquale erit quadrato BC.

d IV.13

e *hu*.44

Tertio. Quia rectangula NSO, ORN æqualia sunt. Ergo reciproce *f* erit SN ad NR vt RO ad OS: & componendo, eadem SR ad duas OS, RN eandem rationem habebit; ideoque *g* OS, NR æquales erunt, quæ omnia &c.

f IV.14

g III.4

PROPOSITIO XLVIIII. *Tab. III. Fig. 16.* Oppositarum sectionum coniugatarum A, B, C, D Asymptoti communes sunt: & tangentes FG, GN, NO, OF à terminis diametrorum coniugatarum BA, CD ad vnam asymptoton sunt.

Apoll. 17. 21. lib. 2.

Quia binæ *a* oppositæ tangentes parallelæ sunt tum inter se, tum diametris secundis, eo quod ordinatim sunt applicatæ ad transuersam diametrum. Ergo FGNO parallelogrammum est, & ductis diagonijs FN, GO conuenient in centro E, vbi *b* CD, AB bifariam secantur;

a *hu*.22

b *hu*.ex 38.

c *hu.45* tur; & quia c quadranti figuræ quæ ad AB constituitur æquale est quadratum CE, vel ED, id est quadratum FA, vel AG. Ergo FN, GO sunt asymptoti hyperbolarum A, B; similiter FN, GO ostendentur asymptoti oppositarum hyperbolarum C, D. Quare asymptoti FN, GO communes sunt sectionum coniugatarum A, B, C; D. Secundo sint asymptoti FN, OG, & à terminis A, C diametrorum coniugatarum ducantur tangentes AFCF. Dico concursum F in asymptoto NE existere, Nam in parallelogrammo CEAF quadratum CE, quod est

d *hu.45* d quadrans figuræ ad AB constitutæ, æquale est quadrato FA: ideoque punctum F in asymptoto NE existet. Et sic etiam CF extremum punctum F existet in asymptoto NE. Quod &c.

Apoll. 18. 19. lib. 2. PROPOSITIO L. *Tab. III. Fig.* 17. In oppositis sectionibus coniugatis A, B, C, D. Dico quod recta linea ex quamuis ipsarum C contingens in g, aut secans D in duobus punctis L, L: conueniet cum sectionibus collateralibus in singulis punctis H, M: & eius segmenta inter collaterales, & mediam sectionem intercepta æqualia erunt inter se; & rectangulum h g m, vel HLM ex portionibus rectæ tangentis aut secan-

cantis inter tres sectiones interceptis duplum erit quadrati AF secundæ semidiametri.

Ducantur *a* asymptoti sectionum C, D, qui sint E e, X x; erunt *b* ijdem asymptoti hyperbolarum A, B. Et quoniam e x contingit sectionem C in g: aut LI secat sectionem D in LI. Ergo *c* ex conueniet cum vtraque asymptoto in e, x; Et LI conneniet cum eisdem in X, E: & segmenta g e, g x interse, nec non LX, IE æqualia erunt, sed recta e x secans vtramque asymptoton hyperbolarum A, B in e, x *d* conueniet cum vtraque sectione in singulis punctis, vt in h, m, & efficiet segmenta e h, x m æqualia interse; & pari ratione conueniet LI in ijsdem hyperbolis in singulis punctis H, M, & segmenta EH, XM æqualia erunt. Ergo composita segmenta g h, & g m inter se; nec non segmenta IH, LM æqualia interse erunt.

a hu. 43 45.
b hu. 49
c hu. 46
d hu. 48

Postea per semipartitionem G, vel per contactum g ducatur diameter transuersa D g. Et quia *e* rectangulum ELX, æquale est quadrato AF, siue rectangulum e g x æquale est quadrato AF: & *f* rectangulum EMX, pariterque rectangulum e m x æquale est eidem quadrato AF. Ergo quadratum m g æquale est duplo quadrati AF. Et est

e hu. 44
f hu. 48

g V.22. rectangulum *g* EMX differentia quadrati GM à quadrato GX, atque rectangulum ELX est differentia quadrati G, X a quadrato GL. Quare differentia quadrati GM à quadrato GL æqualis est duplo quadrati AF: sed *h* superat quadratum GM ipsum quadratum G L in rectangulo HLM. Ergo rectangulum HLM æquale est duplo quadrati AF.

h V.22

PROPOSITIO LI. *Tab. III. Fig.* 18. Si à duobus punctis A, B, peripheriæ hyperboles AB ducantur quatuor rectæ asymptotis parallelæ: rectangula ab eis comprehensa FAG, OBN æqualia interse erunt.

Coniungatur, producaturque recta C A B E; eritque *a* CA æqualis BE; nec non BC æqualis AE. Ergo *b* CA ad CB erit, vt BE ad EA: sed propter parallelas AF, BO, vt *c* A C ad CB ita est AF ad BO. Simili ratione vt BE ad EA, ita est BN ad AG. Ergo vt AF ad BO ita erit BN ad AG. Ideoque *d* rectangulum sub extremis contentum FAG æquale erit rectangulo OBN sub intermedijs proportionalium compræhensum.

a hu.44 b IV.14 c IV.4. d IV.14 Cor.1.

PROPOSITIO LII. *Tab. III. Fig.* 19. In Hyperbola, oppositis sectio-

Apoll. li.3.pr. 42.

ctionibus, & ellipsi AB qualibet recta EC contingens quæ secet duas tangentes verticales BD, AC eiusdem diametri AB. Dico quod abscindet ab eis lineas continentes rectangulum BD in AC aquale quadranti figuræ quæ ad eandem diametrum AB constituitur, idest quadrato secundæ semidiametri GF.

Ducantur à puncto E duæ ordinatæ EL, EM ad ambas diametros. Et quia contingens EK, & ordinata EL secant diametrum in K, & L. Ergo *a* vt LF ad FB, vel FA, ita est FA ad FK: & colligendo LA ad AK erit, vt BF ad FK: & *b* diuidendo in hiperbola, & per conuersionem rationis inuersam in ellipsi, erit LK ad KA, vt BK ad KF: sed vt LK ad KA, *c* ita est LE ad AC; atq; vt BK ad KF, ita est BD ad FH. Ergo vt LE ad AC ita est BD ad FH. Quare *d* rectangulum sub extremis EL, FH æquale est rectangulo sub intermedijs AC, BD: sed rectangulum HF, LE, seu rectangulum HFM (ob parallelogrammum) *e* æquale est quadrato semidiametri secundæ GF. Ergo rectangulum sub AC & BD æquale est quadrato GF, seu *f* quadranti figuræ, quæ ad diametrum constituitur.

a hu. 33
b III. ex 13. 14.
c IV. 4.
d IV. 14 cor. 1.
e hu. 34
f hu. 44

PROPOSITIO LIII. *Tab. III. Fig.* 21. 22. 23. In Axe AD cuius-libet

libet coni ſectionis BA, DH punctum reperire quod abſcindat quadrantem figuræ ſub tranſuerſo latere DA, & recto CA. Oportet autem in ellipſi axim maiorem eſſe. Vocentur autem dicta puncta *Poli* ſectionis conicæ.

Secetur latus rectum AC bifariam in F, & ducatur FB parallela axi DA. Patet in parabola & hyperbola FB ſecare peripheriam ſectionis quæ ſemper magis in infinitum amplificantur. At in ellipſi, quia AD eſt maior axis, & ducta

a def.17 NO ſemiaxi minore *a* erit NO media proportionalis inter NA, & AF, quare NO maior erit, quam ei parallela AF; vnde FB ſecabit peripheriam ellipſis alicubi vt in B, à quo ducatur BE ordinata ſecans axim in E: & vltra punctum A in hyperbola & infra in ellipſi, ſecetur DG æqualis EA. Dico puncta E & G eſſe quæſita. Et primo in parabola, quia FA ſemiſſis eſt lateris recti CA, ergo quadratum ex F

b hu.23 A ſeu ex BE, vel ei *b* æquale re-

c IV.15 ctangulum CAE *c* quadrans eſt quadrati CA, nempe figuræ paraboles. Poſtea in hyperbola & ellipſi compleatur parallelogramum EBHG. Et quia, vt latus rectum CA ad tranſuerſum AD ita eſt quadratum

d IV.1 CA ad rectangulum figuræ *d* CAD: ſed vt latus rectum ad tranſuerſum, ita

ita *e* est quadratum BE ad rectangulum DEA: ergo vt quadratũ CA ad rectangulum CAD, ita est quadratum BE; ad rectangulum AED, & permutando vt quadratum CA ad quadratum BE, ita est rectangulum figuræ CAD ad rectangulum AED: estque *f* quadratum CA quadruplum quadrati BE vel HG (ob parallelogrammum, & semipartitionem ipsius AC in F.) Ergo rectangulũ AED, vel AGD quarta pars est figuræ DAC. Vocentur iam puncta E, G *polı*, seu *foci* interni & externi. *e hu.24* *f IV. 17.*

PROPOSITIO LIV. *Tab.III. Fig.*24. 25. In hyperbolis, & ellipsi AKB, ad puncta G, & H, occursus cuiuslibet tangentis KH cum duabus tangentibus vertices axium AG, BH coniungantur à polis C & E rectæ lineæ GC, HE. *Apoll. lib. 3. pr. 45.*

Dico angulos HCG, & GEH rectos esse; & angulos CGA, & HGE æquales esse; pariterque EHB, GHC inter se esse æquales.

Quoniam rectangulum *a* sub AG, BH æquale est quadranti figuræ; & similiter *b* rectangulum BCA. Ergo rectangulum sub GA, BH æquale est rectangulo BCA; & ideo reciprocè *c* CB ad BH erit vt GA ad AC; & sunt anguli recti, & æquales ad A, & B ob axes. Ergo *d* triangula HBC, CAG similia sunt: & ideo *a hu.52* *b hu.53.* *c IV.14 cor. 1.* *d IV. 6*

ideo anguli HCB,& CGA æquales erunt; & addito communi angulo GCA erunt duo anguli H C B, & ACG æquales duobus angulis ACG,
e I. 18. A GC, sed e isti æquales sunt vni recto in triangulo rectangulo GAC. Ergo duo anguli HCB, GCA vni recto æquales sunt. Vnde angulus HCG (qui in hyperbola illis duobus est æqualis, vel in ellipsi est residuum ad duos rectos) erit quoque rectus. Eadem ratione angulus GEH rectus erit.

Postea quia super eadem recta linea GH insistunt duo anguli recti
f II. 20. HCG, & HEG. Ergo f per quatuor puncta E, H, G, C circulus
g II. 14 transit. Vnde g duo anguli EGH, & ECH in eodem circuli segmento constituti æquales sunt; sed angulus CGA ostensus est æqualis angulo ECH. Ergo duo anguli EGH, & CGA æquales sunt inter se. Eadē ratione duo anguli CHG, EHB æquales erunt.

PROPOSITIO L V. *Tab. III. Fig.* 26. 27. Ijsdem positis, si à puncto X vbi conueniunt rectæ H G, & EG ab occursibus tangentium per polos extensæ coniungatur ad contactum K recta linea KX: erit hæc perpēdicularis ad tangentē KH.

Si hoc verum non est ducatur XO perpendicularis ad tangentem HK,

quæ

quæ cadat alibi, quam in K; & ducatur K Z ordinata ad axim B A. Et quia *a* angulus C G A æqualis est angulo H G E, seu OGX; & sunt anguli CAG,& O æquales, vtpote recti. Ergo in triangulis similibus *b* est X G ad G C vt O G ad GA: sed vt XG ad GC ita est XH ad HE (eo quod *c* in triãgulis XGC XHE sunt anguli ad C, & E recti, & anguli ad X æquales.) Ergo OG ad GA est vt XH ad HE: estque *d* OH ad HB, vt XH ad HE (propterea quod in triangulis X H O, EHB anguli ad B, & O recti sunt, & *e* anguli X H O, EHB æquales sunt ostensi. Ergo vt *f* OG ad GA ita est OH ad HB, & permutando vt GO ad OH ita est GA ad HB, seu AL ad LB, ob parallelas BH, AG. Cumquè K L sit contingens & KZ ordinata. igitur *g* vt AL ad LB ita est A Z ad ZB. Quare G O ad OH erit vt AZ ad ZB, seu *h* vt GK ad KH, ob parallelas KZ, GA, BH. & per conuersionem rationis inuersam in hyperbola, & componendo in ellipsi, vt GH ad HO, ita est GH ad HK; ideoque *i* HO,& HK æquales erunt, pars & totum, quod est impossibile. Non ergo perpendicularis XO cadit alibi quam in K, & ideo ipsamet XK perpendicularis erit ad tangentem HK, quod &c.

a hu.54
b IV.4.
III.12.
c eadem
III.12.
d eadem
e hu.54
f IV.4.
g hu.33
h IV.2
i III.4.

LEMMA *Tab.III. Figur.*28. Si à quolibet puncto B peripheriæ parabole AB duæ rectæ lineæ ad axim AD ducantur, vna quidem ordinata BD, altera vero BE ad polum E coniuncta. Dico quod recta BE æqualis est abscissæ DA vna cum AE.

Producatur AF æqualis AE, nempe
a *hu*.53 pe *a* quartæ parti lateris recti AC. Quoniam duarum inæqualium AD, AF differentia est DE, & aggrega-
b V.21 tum DF. Ergo *b* quadratum DF æquale est quadruplo rectanguli DAF, vna cum quadrato DE; sed la-
c *hu*.53 tus *c* rectũ AC quadruplũ est ipsius AE, vel AF. Ergo quadruplum rectanguli DAF æquale est rectangu-
d *hu*.23 lo DAC, seu *d* quadrato BD. Quare quadratum DF æquale est duobus
e V.18. quadratis BD, & DE, seu *e* quadrato BE ob rectum angulum D; ideoque recta BE æqualis erit abscissæ DA vna cum AE.

Apoll. lib. 3. 47. PROPOSITIO LVI. *Tab.III. Fig.*29. 30. 31. In coni sectione AB ducta sit quælibet contingens FBG, atque à puncto cõtactus B in parabola ducatur BE parallela axi DA, & BC ad polum C; at in hyperbola, & ellipsi duæ BC, BE ad polos C, E iungantur. Dico angulos EBF, & CBG æquales esse.

Primo in parabola ducatur ordi-

dinata BN; cum BG sit contingens. Ergo *a* NA est æqualis GA; & addita cõmuni CA erit NA vna cũ AC æqualis GC: sed *b* BC æqualis est NA vna cum AC. Ergo GC æqualis est ipsi BC. Ideoque in isoscelio triangulo BCG erit angulus CBG æqualis angulo G: sed propter parallelas EB, AD *c* est angulus externus FBE æqualis interno BGC. Ergo duo anguli EBF, & CBG æquales sunt. Secundo in hyperbola, & ellipsi ducantur tangentes verticales AO, DX secantes tangentem FEG in O, & X; & iungantur EX, EQ, CO, CX, quarum duæ concurrant in Z: & à cõcursu Z ad contactum B coniungatur recta ZB, *d* quæ angulum rectum ZBX efficiet: atque etiam angulus ZEX rectus est. Ergo *e* circuli peripheria transit per quatuor puncta Z, B, E, X. Vnde *f* duo anguli EBX, EZX in eodem segmento æquales erunt. Rursus *g* quia angulus ZCO est rectus, sicuti angulus ZBO. Ergo per *h* quatuor puncta B, O, C, Z circuli peripheria transit, & propterea duo *i* anguli OBC, OZC, seu EZX æquales sunt, & erat angulus EBX æqualis eidem EZX. Proinde anguli EBX, & CBO æquales sunt inter se.

a *hu.* 32
b *Lemma prec*
c I. 15.
d *hu.* 55 *et* 54.
e II. 20
f II. 14
g *hu.* 54
h II. 20
i II. 14.

PRO-

Apoll. l. 3. 49. PROPOSITIO LVII. Tab. III. Fig. 32. 33. 34. In qualibet coniſectione ABD, ſi à polo E ad tangentem B G perpendicularis ducatur, atque ab occurſu F ad axis AD extremitates rectæ FA & FD iungantur, & in parobola cuius axis infitus eſt ducatur ei parallela FO. Dico angulum AFO in parabola, aut AFD in reliquis ſectionibus rectum eſſe.

Et primo in parabola à cõtactu B ad polum ducatur recta BE, & ordinata BN. Quoniam *a* GE oſtenſa eſt
a hu. 56 æqualis BE. Ergo in triangulo iſoſcelio EBG perpendicularis EF à vertice ſecat bifariam baſim BG in F: ſed propter tangentem BG,
b hu. 32 & ordinatam BN *b* ſecatur quoque GN bifariam in A. Ergo *c* FA pa-
c IV. 2. rallela eſt ipſi BN ordinatę ad axim & ideo angulus NAF rectus erit: eſtque FO parallela ipſi NAD.
d I. 25. Ergo *d* angulus alternus OFA rectus quoque erit.

Secundo in hyperbola, & ellipſi ducantur tangentes verticales AH, DG ſecantes tangentẽ BF in H, G: & iungantur HC, GE, GC. Quoniam ſuper GE *e* inſiſtunt duo angu-
e II. 20 li recti EDG, EFG. Ergo circulus diametro GE comprehendit quadrilaterum EFGD; & ideo duo *f* an-
f II. 14. guli DGE, DFG in eodem ſegmento exiſtentes æquales ſunt: eſtque angu-

angulus *g* AEH ostẽsus æqualis angulo D G E. Ergo angulus D F E æqualis est angulo A E H. Rursus quia *h* super HE insistunt duo anguli recti HAE, HFE. Ergo per quatuor puncta H, A, E, F, circuli peripheria transit; ideò *i* angulus HFA aqualis est angulo HEA in eodem segmento existentibus; sed eidem angulo HEA æqualis erat angulus DFE. Ergo duo anguli DFE, HFA æquales sunt inter se; hijs autem addatur communis angulus AFE in ellipsi; & ab eodem tollantur ijdem æquales anguli in hyperbola. Ergo angulus A F D æqualis est angulo recto H F E, & ideo A F D rectus erit.

g *hu.* 54

h II. 20

i II. 14.

PROPOSITIO LVIII. *Tab. III. Fig.* 35. 36. Recta linea GF, quæ à cẽtro E hyperboles & ellipsis ABD vsque ad tangentem B G ducitur æquidistans ipsi BC quæ à cõtactu B ad polum C extenditur æqualis est semissi axis AD.

Apoll. li. 4. 50.

Ducantur rectæ AG, DG, EG, EB, & EH parallela ipsis FG, BC. Quoniam *a* duæ rectæ BH, CE secãtur proportionaliter à tribus parallelis. Ergo sicut EC secatur in F bifariam ita BH in G bifariam secabitur. Postea quia *b* anguli EBH, CBO æquales sunt; & est *c* angulus externus CBO æqualis angulo EHB inter-

a IV. 2.

b *hu.* 56

c I. 15.

interno in ellipsi, vel alterno in hyperbola paralellarum; Ergo anguli EBH, EHB æquales inter se sunt, & recta EG secat basim isosceliј BEH bifariam in G. Ergo EG perpendicularis est ad tangentem BH. Sed angulus rectus EGB æqua-
d hu.57 lis est *d* angulo AGD, axi insistenti. Ergo angulus AGD rectus est. Et
e II.20 ideo *e* circulus diametro AD descriptus transit per G. Ideoque FG erit semidiameter æqualis ipsi FA, vel FD.

Apoll. lib.3. 51.42. PROPOSITIO LIX. *Tab. III. Figur. 36.38.* Si ab eodem puncto B peripheriæ hyperboles, & ellipsis ABD ad polos E, & C rectæ lineæ BE, BC iungantur: erit earũ differentia in hyperbola, & summa in ellipsi æqualis axi AD.

Ducatur cõtingens BO; & à centro F ducatur FH parallela ipsi BC, secans BE in H, & tangentem
a hui. ex 53. in G. Quoniam vt dictum est *a* EC secatur bifariam in centro F; & est FH parallela ipsi BC. Ergo *b* BE
b IV.2. & 4. secatur quoque bifariã in H; & HF semissis erit ipsius BC. Postea quia *c* anguli OBB, GBE æquales sunt;
c hu.56 & propter parallelas *d* est angulus
d I. 15. HGB æqualis eidem OBC. Ergo anguli HGB, & HBG æquales sunt. & ideo latera HG, HB æqualia erunt; estque HB semissis ipsius BE. Ergo

Ergo duplum ipsius H G æquatur BE. Cumque in hyberbola punctum F cadat inter H,G,& in ellipsi extra G H. Ergo in hyperbola duplum ipsius HG æquatur duplo ipsiusFG vna cum duplo F H: At in ellipsi duplum ipsius HG equatur duplo ipsius FG minus duplo segmenti FH; estque *e* duplum ipsius FG æquale axi AD, & duplum alterius F H ostensum est æquale ipsi BC. Ergo duplum ipsius HG, id est BE in hyperbola æquatur axi AD vna cum BC: at in ellipsi BE vna cum BC æquatur axi AD. Et propterea in hyperbola axis A D æqualis est differentiæ duarum EB & BC; at in ellipsi A D æqualis est aggregato duarum EB, BC. Quod erat &c.

e hu.58

DEFINITIONES

XIX. Similes coni sectiones lineares sunt illæ quarum axium figuræ similes interse fuerint. Sunt vero parabolarum *a* figuræ qua-ta laterum rectorum: hyperbolarum vero, & ellipsium *b* figuræ sunt par-gramma rec-la contenta à lateribus rectis, & transuersis.

a huius def.15. *b huius def.16.*

X X. Et æquales coni sectiones lineares sunt illæ quarum axium figuræ similes æquales, & similiter positæ fuerint.

XXI. Spatia à sectionibus conicis

cis comprehensa similia interse sunt, quarum bases cum diametris æquales angulos continent,& in eis ordinatim applicatæ numero pares ad diametrorũ abscissas sunt in eisdem rationibus, tum abscissæ ad latera recta.

PROPOSITIO LX. Tab. III. Fig. 38. Omnes parabolæ lineares vt ABC, & FGH sunt inter se similes; & in eis abscindi possunt spatia similia inter se.

a hu.38 In parabolis ABC, & FGH reperiantur a duo axes, vel duæ diametri BE,& GK æquè inclinatæ ad bases AC, FH, earumque latera recta sint DB, IG. Et quia parabolæ non habent latera transuersa earum

b huius def.15. figuræ b erunt qua-ta ex lateribus rectis axium, vel diametrorum æquæ ad bases inclinatarum, sed

c IV. ex 16. quad-tæ c figuræ sunt inrer se simi-

d Def. 19. les. Ergo omnes parabolæ lineares d similes inter se sunt.

Postea fiat DB ad BE, vt IG ad GK,& per E,K ducantur ordinatim applicatæ AC, FH. Et quia DB

e IV.1. ad BE est vt IG ad GK erit e rec-

f hu.23 lum DBE (seu f qua-tum ordinatæ AE ei æquale) ad qua-um BE, vt rec-lum IGK, vel qua-tum FK ad qua-tum GK. Et ideo g recta AE ad

g IV.18 EB erit vt FK ad KG, circa angulos æquales E & K. Id ipsum verum

erit

erit in alijs quibuscumque applicatis prop-naliter diametros diuidentes. Ergo spatia *b* ABC, & FGH similia sunt. Quod &c. *b huius def. 21.*

PROPOSITIO LXI. *Tab. III. Fig.* 39. 40. In hyperbolis & ellipsibus ABC, EDF, quarũ figuræ GAH & IDK similes inter se fuerint existentibus angulis ad L & M æqualibus; sectiones lineares similes erunt; & si diameter A L ad eius rectum latus A H fuerit vt diameter D M ad rectum latus D K: erunt spatia BAC, & EDF similia.

Quia figuræ GAH, & IDK similes ponuntur existentibus angulis ad L, M æqualibus; ergo sectiones lineares *a* similes inter se sunt. *a Def. 19.*

Postea quia ob similitudinem figurarũ est GA ad AH vt ID ad DK, & inuertendo HA ad AL ponitur, vt KD ad DM; ergo ex æquali GA ad AL erit vt ID ad DM; & componendo in hyperbolis, & diuidendo in ellipsibus GL ad LA erit vt IM ad MD; quare *b* rec-lum GLA ad qua-tum L A erit vt rec-lum IMD ad qua-tum M D; sed *c* qua-tum BL ad rec-lũ GLA, est vt qua-tum EM ad rec-lum IMD, nempe vt latera recta ad transuersa prop-nalia in figuris similibus G A H, IDK. Ergo ex æquali, qua-tum BL ad qua-tum LA erit vt qua-tũ EM *b IV. 1.* *c hu. 24*

d IV. 18. ad qua-tum MD; proindeque applicata d BL ad abſciſſam LA erit vt EM ad MD, & ſic reliquæ omnes in angulis æqualibus inclinatæ ad diametros eas prop-naliter abſcindentes. Igitur e ſpatia BAC, & EDF ſimilia ſunt inter ſe. Quod &c.

e Def. 21.

PROPOSITIO LXII. *Tab.III. Fig. ijſdem.* In coni ſectionibus ABC, EDF, quarum figuræ ſimiles, æquales & ſimiliter poſitæ fuerint: lineares ſectiones, & earum ſpatia ſibi mutuò cõgruentia abſcindi poſſunt.

Quia facta eadem conſtructione, & ſectis AL, DM æqualibus f latera figurarum, diametri, & ordinatim applicatæ in angulis æqualibus ſunt inter ſe æquales ob ſimilitudinem & æqualitatem figurarũ, & reliquarum homologarum linearum. Ergo facta intellectuali apta ſuperpoſitione conicæ ſectiones lineares earumque ſpatia abſciſſa ABC, EDF ſibi mutuò congruent. Quod &c.

f IV. 4.

PROPOSITIO LXIII. *Tab. III. Fig. 41. 42.* Hyperbolæ, vel ellipſes EFG, & HIK genitæ quouis cono ABC à planis inter ſe par-lis: erunt inter ſe ſimiles.

Sit LF latus tranſuerſum, & FP latus rectum ſectionis E F G; pariterq; NI ſit tranſuerſum latus, & IR rectum ſectionis HIK; exiſtent tranſuer-

uersa latera in plano trian-li ABC per axim ducti, & ideo *a* LM, NO erunt par-læ, ob æquidistantiam planorum earundem sectionum; quare in *b* tri-lis similibus FBM, NBO vt FM ad MB ita est NO ad OB, & in tri-lis similibus LMC, & IOC sicut LM ad MC ita est IO ad OC; & ideo *c* rec-lum L M F ad rec-lum BMC, seu *d* ad qua-tum ME erit vt rec-lum NOI ad rec-lum BOC, seu ad quadratum OH; sunt vero antecedentia rec-la ad qua-ta ordinatarum EM, HO vt *e* latera transuersa ad recta. Ergo LF ad FP erit vt NI ad IR, & sunt anguli inclinationum FME & IOH æquales (ob *f* æquidistantiam FM, IO, & EM, HO) igitur figuræ sub lateribus transuersis & rectis similes inter se sunt. Et secta SF ad FP vt est OI ad IR, & ducta ordinata TSV, erunt *g* spatia FTV, & IHK similia inter se. Quod &c.

a VI.9.
b IV.4.
c IV.13
d *hu.*24
e *eadem*
f VI.*ex* 9.
g *hu.*61

F I N I S.

ARCHIMEDIS
OPERA

Noua, & breui Methodo demonſtrata, & alicubi aucta.

A

IO: ALPHONSO

BORELLIO.

ARCHIMEDIS
De Circuli dimenſione.

PROOEMIVM.

EXPLETA doctrina Elementaris Conicarum ſectionũ ingredere iam potes Lector campum ſpeculationum Archimedis, quarum tanta eſt pręſtantia vt omnes inſignes Mathematici fateantur nihil præclarius ab humano ingenio reperiri potuiſſe. Et primo exponemus Libellum de Circuli Dimenſione, ſeu quadratura, quam à priſcis temporibus vſque ad noſtra tempora quam plurimi irrito conatu quæſierunt, qui doctrinæ Archimedis non acquieſcentes egregie allucinati ſunt. In hoc opere Archimedes primo demonſtrat quod Circulus æqualis eſt rec-gulo contento ab eiuſdem Circuli Semidiametro, & à recta linea æquali ſemiperipheriæ ipſius circuli. Poſtea quia pro-tio peripheriæ circuli ad eius diameterum numeris exprimi non poſſe videtur, docet Methodo ingenioſa quomodo numeris vero proximis talis menſura aſſequi poſſit.

PRO-

PROPOSITIONES.

PROPOSITIO I.

CIRCVLVS æqualis est triangulo rectangulo cuius basis æqualis sit peripheriæ circuli, altitudo vero æqualis radio eiusdem.

Demonstratio habetur lib. V. Euclidis restituti Pr. 13,

PROPOSITIO II. *Tab. IV. Fig. 1.* Si trianguli rectanguli ABC angulus verticalis BAC acutus bifariam secetur à recta AG. Dico quod hypothenusa BA cum perpendiculo AC habet ad basim CB eandem rationem quam perp-lum CA ad ei conterminale basis segmentum CG.

Quia ob bipartitionem verticalis anguli BAC est a BA ad AC, vt B G ad GC, ergo componendo BAC ad AC est vt BC ad CG & permutando BAC ad BC erit vt AC ad CG. Quod &c. a IV. 3.

PROPOSITIO III. *Tab. IV. Fig. 2.* Tangens CD quadragesimæ octauæ partis vnius anguli recti ad cen-

trum A circuli constituti ad eius radium AC eandem proximè proportionem habet quam 153 ad $4673\frac{1}{2}$

a II.19 Sit angulus CAB tertia pars vnius anguli recti ad centrum A constituti, & *a* fiat angulus OAC semissis ipsius BAC, & rursus angulus PAC sit equalis semissi anguli OAC, & tertio QAC sit semissis anguli PAC, & quarto angulus DAC fiat semissis precedétis QAC; patet quod angulus OAC sexta pars est vnius recti, angulus PAC duodecima recti, QAC vigesima quarta, DAC quadragesima octaua pars erit vnius anguli recti, cuius tangens erit CD. Dico iam quod qualium partium DC est 153 erit circuli radius CA plusquam $4673\frac{1}{2}$ partes. Quia angulus BAC $\frac{1}{3}$ pars est vnius recti, erit *b* angulus B $\frac{2}{3}$ recti, & ideo $\frac{1}{3}$ duorum rectorum, nempe æqualis angulo trianguli æquilateri, cuius vnum latus erit AB, & eius *c* quadratum sexquitertium erit quadrati perpendicularis AC, & *d* quadruplum quadrati B, C, & proinde AB dupla erit BC. Si igitur BC diuidatur in 153 partes erit BA 306 partes, & quadratum ex B. C erit 23409, eiusque triplum 70227 erit quadratum Radij AC, & latus AC erit maior 265. qua propter BC ad duas BA, AC erit vt 153 ad 571, seu *e* vt OC ad CA. Igitur si OC diuisa fuerit

b I. ex 18.

c V.30.

d IV.17

e hui.2

rit

rit 153 partes erit AC earundem partium plusquam 571. cuius quadratum 326041. cumque *f* quadratis OC, AC æquale sit quadratum hypothenusæ AO erit eius quadratum plusquam 349450 cuius radix $591\frac{1}{8}$ *f* V.18.

Dantur ergo denuo in triangulo rectangulo AOC tria latera igitur *g* vt OC 153 ad duas CA & AO æquales $1162\frac{1}{8}$ ita est PC ad CA; quare si CP diuisa fuerit in 153 partes erit earundem CA $1162\frac{1}{8}$ cuius quadratum $1350534\frac{1}{2}$ sed quadratis *h* PC, CA æquale est quadratum PA; ergo quadratum PA erit $1373943\frac{1}{2}$ eiusque radix AP $1172\frac{1}{2}$ *g* hui. 2 *h* V. 18.

Dantur igitur tertio in triangulo POC rectangulo tria latera, & ideo *i* vt PC 153 ad duas PC, CA æquales $2334\frac{1}{4}$ ita erit QC ad CA, proindeque si QC diuidatur in 153 partes erit earundem CA $2334\frac{1}{4}$ cuius quadratum $5448723\frac{1}{16}$ sed quadratis QC, CA æquale est quadratũ QA. ergo quadratum QA erit 5472132 eiusque radix QA $2339\frac{1}{4}$. *i* hui. 2.

Tandem in triangulo QAC rectangulo dantur tria latera, & ideo vt QC 153 ad duas QC, CA æquales $4673\frac{9}{20}$ ita erit DC, ad CA, ideo si CD diuisa fuerit in 153 partes erit earundem CA $4673\frac{9}{20}$ partes. vnde patet propositum.

PROPOSITIO IV. *Tab. IV. Fig.* 3. Radius AC circuli ad sinum CE quadragesimæ octauæ partis vnius anguli recti eandem ferè proportionem habet quam 4673 $\frac{1}{2}$ ad 152 $\frac{4}{4}\frac{2}{6}\frac{9}{7}\frac{3}{6}$.

a hui. 3 Quia qualium *a* AC ostensa est 4673 $\frac{1}{2}$, eius quadratum erit 21841602: erat autem tangens CD 153, & eius

b V. 18. quadratum 23409., ergo eorum *b* summa æquatur quadrato AD 21865011, cuius latus AD erit 4676.

Postea in triangulis similibus ADC, & ACE vt *c* est AD 4676 ad

c IV. 4. CD 153 ita erit AC 4673 $\frac{1}{2}$ ad CE 152 $\frac{4}{4}\frac{2}{6}\frac{9}{7}\frac{4}{6}$.

PROPOSITIO V. *Fig. eadem.* Circuli tota peripheria tripla est diametri, & aduc superat parte quapiam, quæ minor est septima diametri, maior vero decem septuagesimis primis.

Quia angulus CAO vna quadra-

a V. 11. gesima octaua pars est recti, *a* erit arcus CO $\frac{1}{4}$ $_8$ quadrantis circuli, ergo idem arcus centies nonagesies & bis sumptus efficiet integram circuli peripheriam, & quia binæ quæque tangentes CD latus vnum polygoni circumscripti complent; ergo tanges CD quæ fuit 153 partes multiplicata per 192 efficiet perimetrum circulo circumscripti polygoni 96 laterum; qui erit partium

29376.

29376. Similiter ſinus CE qui fuit partes 152 $\frac{4}{4}\frac{2}{6}\frac{9}{7}\frac{4}{6}$ earundem multiplicata per 192 efficiet perimetrum circulo inſcripti polygoni 96 laterum, qui erit partium 29360 $\frac{1}{4}\frac{4}{6}\frac{7}{7}\frac{2}{6}$: erat autem earundem partium circuli radius AC 4673 $\frac{1}{2}$ ergo eius duplum 9347 erit diameter.

Oſtendendum eſt modo quod circuli peripheria æqualis eſt triplo diametri circuli, & inſuper, quadam parte quæ minor eſt ſeptima, & maior $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ eiuſdem diametri.

Quia perimeter polygoni circumſcripti æqualis eſt 29376 ſi ab eo auferatur triplum diametri nempe 28041 reſtant 1335, quæ minus ſunt vna parte ſeptima diametri AC, quę fuit 9347, eo quod $\frac{1}{7}$ eius eſt 1335 $\frac{2}{7}$.

Similiter quia à perimetro inſcripti polygoni 29360 $\frac{1}{4}\frac{4}{6}\frac{7}{7}\frac{2}{6}$ ablato triplo diametri nempe 28041 reſtant partes 1319 $\frac{1}{4}\frac{4}{6}\frac{7}{7}\frac{2}{6}$ quæ magis ſunt quam $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ diametri; eo quod $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ ipſius diametri 9347 ſunt 1316, & $\frac{3}{7}\frac{4}{1}$. Verum circuli peripheria minor eſt perimetro polygoni circumſcripti, & maior perimetro inſcripti. ergo circumferentia circuli tripla eſt diametri eius, & aduc ſuperat parte quapiam, quæ minor eſt ſeptima, & maior $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ diametri eiuſdem circuli.

ARCHIMEDIS
DE
QVADRATVRA PARABOLÆ

INuentum pulcherrimum & ingeniosissimum de quadratura Parabolæ primus mortalium Archimedes duplici via tradidit vt in Epistola ad Dositheum ait. Posteriores multis modis idipsum demonstrarunt. nos vero vnico modo facili & breui prestitimus, methodo affini indiuisibilium Caualerij sed geometricè demonstrata.

DEFINITIONES.

1. Voco figuram planam vel solidam *in apicem*, vel in *aciem deficientem*, eam in qua linearum rectarum vel planarum superficierum interceptarum basi equidistantium quælibet basi propinquior remotiore semper maior est *Tab IV. Fig.* 4.

Vt in figura ABC quarumlibet equidistantium interceptarum ad basim BC, si semper ei propinquior LK maior fuerit remotiore IH, vocabo figuram ABC in Apicem deficientem.

Etsi

Et si in duabus figuris homogeneis æquè altis, quarumlibet rectarum vel planarum superficierum basibus æquidistantium, & ab eis æquè remotarum portiones interceptæ eãdem proportionem habuerint quam bases. Vocentur *figuræ proportionaliter analogæ tab. IV. fig. 5. 6.* II.

Vt in æquè altis figuris BAC, EDF sectionum æquidistantium, & æquè dissitarum interceptarum à basibus vbicumque ductarum, si semper LG ad RM fuerit vt basis BC ad basim EF vocentur figuræ BAC & EDF. *Proportionaliter analogæ.*

Si parallelogrammum & trilineum super eadem basi constitutã. III.
Pariterque figura columnaris, & inclusum solidum in apicem deficiens communi basi, fuerint omnes æquè altæ & semper bases ad rectas lineas, vel ad plana intercepta basibus parallela, & ab eis æquè remota habuerint eandem proportionem; dicentur paral-mum & columnã *prop-ter analoga* suis inclusis figuris *tab. IV. fig. 7. 8.*

Vt in æque altis par-mo AC & acuminata plana figura BDC, pariterque in prismate vel columnari figura adxcb; & acuminato solido bdxc si interceptarum sectionum æquidistantium, & æquè à communibus basibus dissitarum vbicumque ductarum semper DC ad IG eandem

dem proportionem habuerit quam d x c ad i h g, vocentur par-mum, & columnaris figura *prop-liter anal oga* suis inclusis figuris acuminatis.

IV. Portio cuiuslibet figuræ planæ vel solidæ in apicem deficientis comprahensa à planis vel rectis basi parallelis. Vocetur *frustum* figuræ illius.

PROPOSITIO I. *Tab. IV. Fig. 9*

Cuilibet figuræ planæ vel solidæ BAC in apicem, vel aciem A deficientis, adscribi possunt duæ figuræ gradatæ ex æquè altis par-mis in planis figuris; & ex prismatis vel cylindris compositæ in solidis; ita vt differentia figuræ circumscriptæ ab inscripta minor sit quacumque proposita magnitudine.

Describatur paral-mum, vel columnaris figura DBCE comprahendens figuram BAC, cadent latera, vel illius superficies DB, EC extra
a def. 1. figuram BAC, quia a hæc continenter extenuatur quo magis à communi basi BC recedit. Itaque hoc spatio columnari vel par-mo continenter bipartito, & ductis rectis lineis, vel planis paral-lis basibus BC, DE secantibus latera EC bifariam in D, & postea in e, & sic successiuè; erit tandem postremum b
b 11.27 residuum BCeX minus quacumque proposita magnitudine; & diuidatur

Ee in partes æquales postremæ C e, & per diuisiones ducantur rectæ, vel plana æquidistantia basibus BC, DE, & ab interceptarum terminis G, F, I, H &c. eleuentur latera vel superficies paral-læ ipsis BD, CE terminatæ ad proximas sectiones. erunt c binæ quæque figuræ GN, GS par-mæ, vel columnares æquales inter se (cum sint æquè altæ & super eadem basi GF constitutæ) quarum GN circumscripta maior est frusto supremo GAF, & GS inscripta minor est frusto GIHF; pariterque figura IP circumscripta, & ideo maior frusto IGFH erit æqualis figuræ IV inscriptæ, & ideo deficientis à frusto ILKH; & sic reliquæ omnes. quare omnes figuræ par-mæ, vel columnares inscriptæ simul sumptæ æquales sunt omnibus circumscriptis absque infima XC. qua propter vniuersa figura gradrata circumscripta superat sibi homogeneam figuram gradratam inscriptam excessu spatij XC, quod cum sit minus quocumque proposito spatio, factum erit quod quærebatur.

c IV. 1. VI. 28. 29.

PROPOSITIO II. *Tab. IV. Fig. 10.* Quælibet figuræ homogeneæ ABC, & DEF, scilicet ambæ planæ vel ambæ solidæ, æquè altæ in apicem deficientes, proportionaliter

Ana-

Analogæ; sunt inter se vt bases BC ad EF.

a *hu. 1o.* Ad scribantur *a* figuræ ABC duæ figuræ gradatæ ex par-mis, vel columnaribus figuris æquè altis compositæ, ita vt earum differentia minor sit qualibet data: & diuiso axe alterius figuræ DEF in partes æquè multas, ac diuisa fuit altitudo figuræ ABC, erunt singulæ partes inter se, & correlatiuis altitudinibus æquales; per quas adscribantur figuræ DEF duæ aliæ figuræ gradatæ, quæ similes erunt adscriptis figuræ ABC.

b *def. 2* Quia vero figuræ ABC, DEF *b* sunt prop-ter analogæ erit basis BXC ad basim LG vt basis EZF ad æquè ab ea remotam RM, & *c* ita figura par-ma, vel *d* columnaris CH ad æquè altam figuram GK, sicuti est figura EM ad figuram MP; ergo permutando, vt basis BXC ad basim EZF ita est figura CH ad FN, & figura GK ad MP. eadem ratione singulæ figuræ par-mæ vel columnares adscriptæ ipsi ABC ad singulas figuras adscriptas figuræ DEF sunt vt basis BC ad EF (comparando æquè remotas à basibus relatiuas suis correlatiuis) igitur tam figuræ gradatæ circumscriptæ homogeneæ interse, quam inscriptæ eandem prop-nem habent, quam Basis BXC ad EZF. Qua-

c *IV. 1.*
d *VI. 28*
29.

pro-

propter erunt duæ magnitudines homogeneæ ABC, & DEF, & prop-tio data basis BXC ad basim EZF, & duæ aliæ scilicet circumscriptæ figuræ gradatæ sunt proportionales basibus, & vna maiores illis excessu à prima minori quolibet, dato; pariterque duæ gradatæ inscriptæ prop-nales basibus sunt vna minores eisdem defectu à prima minori quolibet dato. igitur *e* figura ABC ad ei homogeneam figuram DEF eandem rationem habet quam basis BXC ad basim sibi homogeneam EZF quod erat &c. e *III.* 24.

Corollarium. Hinc colligitur quod in eisdem figuris quælibet portiones aut frusta æquè alta, & æquè remota à basibus comprhensa à sectionibus basi parallelis sunt inter se vt bases & vt integræ figuræ. eo quod tales portiones aut frusta sunt quoque figuræ homogeneæ proportionaliter analogæ.

PROPOSITIO III. *Tab. IV. Fig.* II. Si trilineum BCDI, & solidum b c x d in apices B & b deficientia contineantur à paral-mo A CB, & solido columnari a x b super eisdem basibus DC, d c x & in eisdem altitudinibus CB, c b sintquè prop-liter analoga; erit tril-neum BCD ad para-mum AC vt so-

li-

lidum acuminatum b c x d ad comprehendentem columnarem figuram a x b.

Adſcribantur a trilineo BDC duę figuræ gradatæ ex par-grammis æquè altis compoſitæ, ita vt differentia circunſcriptæ YSQECB ab inſcripta OLICK minor ſit qualibet data; & ſolido acuminato b d x c adſcribantur duæ aliæ figuræ gradatæ ex totidem æque altis columnaribus figuris quot in adſcriptis trilineo continebantur; & extenſis baſibus intermedijs diuidatur par-mum AC in totidem par-ma AK, NE, MG, FC æquè alta in quot columnas æquè altas a k, n e, m g, f c diuiditur columna c a x. Et quia parmum AC ad trilineum BDC, atque columnaris figura c a x ad ſolidum acuminatum bd x c b ſunt prop-liter analogæ, & ſectiones IG & i g h ſunt æque remotæ à baſibus (cum CG; & c g æque me tiantur æquales altitudines BC, & b c) ergo vt DC ad IG ita eſt baſis d x c ad i h g, & inuertendo IG ad DC eſt vt i h g ad d x c, & c in eadem ratione erit par-mum GQ ad par-mum CF quã habet columna g q h ad c b x ob æquales altitudines. Similiter parmum E S ad idem paralellogrammum CF erit vt columnaris figura e s ad c f x, & ſic reliqua omnia, qua-

a *b vi. h.*

b *def. 3*

c *VI. 18 39. IV. 1.*

quare d vniuersa figura gradata circunscripta trilineo BDC ad par-mũ CF erit vt integra figura gradata circũscripta solido acuminato bdxc ad columnarem figuram c f x, suntque par-mum CF ipsius par-mi CA, atque columna c f x ipsius columnæ c a x eadem pars, igitur e gradata figura circumscripta trilineo BDC ad parallelogramum CA se habet vt figura gradata circumscripta solido acuminato b d x c ad columnam c a x. simili modo figura gradata inscripta trilineo BDC ad par-mum CA erit vt figura gradata inscripta solido acuminato b d x c ad columnam c a x. Quapropter sunt quatuor quantitates prima est trilineum BIDC, secunda par-mum AC, tertia solidum acuminatum b d x c, quarta columna c a x; & duæ aliæ scilicet figuræ adscriptæ proportionales consequentibus sunt vna maiores vel vna minores antecedentibus excessu, vel defectu a prima minori quolibet dato, igitur f prima trilineum BDC ad secundam par-mum CA est vt tertia solidum acuminatum b d x c ad quartam columnam c a x quod &c.

d *III. 22.*

e *III. 19.*

f *III, 24*

PROPOSITIO IV. *Tab. IV. Fig.* 12. Parabola quælibet BAIC sexquitertia est trianguli BAC eandem

dem

dem basim BC, & eandem altitudinem AD, a c illa habentis.

Compleatur par-mum KBCE, ducaturque vtcumque HG par-la diametro DA, siue CE, quæ secet parabolam in I, & lineam AC in H, & ex I ducatur ordinatim applicata IL, quæ efficiet par-mum LG. Quia *a* abscissa DA ad abscissam AL, seu *b* ob par-ma CE ad GI, se habet vt qua-tum DC ad qua-tum LI, seu vt ei æqualis in par-mis quadrati AE ad AG, vel ob similitudinem *c* triangulorum vt qua-tum CE ad qua-tum HG. ergo vt recta CE ad IG, ita est quadratum CE ad qua-tum HG; & hoc sequitur vbicumque ducatur intercepta recta linea HIG par-la basi CE. Considerentur iam quatuor figuræ æquè altæ super eisdem basibus constitutæ; prima est trilineum AICE, secunda par-mum DE, tertia est pyramis vertice A, & basi quadrato ipsius CE, & quarta est prisma DAEC super eadem basi quadrati ex CE; suntque tales figuræ *d* prop-liter analogæ, quia semper recta CE ad IG intercepta in trilineo est vt quadratum basis CE ad qua-tum ipsius HG interceptæ in pyramidæ & æquè à base remotæ. Igitur *e* trilineum AICE ad parallelogramum DE est vt pyramis AHCE ad prisma ADCE; est-

a con. 21
b I. 26.
c IV. 4.
d def. 3.
e hui. 3.

E; eſtque *f* pyramis AHCE tertia pars priſmatis ADCE eam continentis. ergo qualium partium trilineū AICE eſt 2 partes erit parallelogramum DE ſex: & proinde ſemiparabola AICD erit 4 partes, & triangulum ADC erit partes 3, cum *g* ſit ſemiſſis par-mi DE; & in eadem proportione erit duplum ad duplum nempe parabola BAC erit ſexquitertia trianguli BAC quod &c. *f* *P1.28* *g* *1.26.*

ARCHIMEDIS

DE

SPHÆRA ET CYLINDRO.

OPeris de ſphæra & cylindro vt encomium paucis complectar ſufficit dixiſſe, quod Phœnix ingeniorum Archimedes iuſſerit ſepulcro eius apponi columnam habentem globum ſuperimpoſitum, vt viatoribus & poſteris ſe tam præclari inuenti authorem extitiſſe in memoriam reduceret. ex tali columna Cicero ſepulcrum Archimedis agnouit ſiracuſis. Præcipuas huius operis propoſitiones conatus ſum demonſtrare diuerſa via, & breuiori.

DEFI-

DEFINITIO.

Si semicirculo, vel segmento minori adscribantur duo polygona regularia inter se similia à quaternario mensurata, & reuoluatur vniuersa figura circa axim; descripta erunt duo solida composita ex conis, & frustris conicis, vnum sphæræ circumscriptū alterū inscriptū. horum vnū quodque vocetur figura solida *sphæralis*.

PROPOSITIO I. *Tab. IV. Fig.* 13. Si triangulum ABC, par-mum ABGF, & frustum infimum trianguli ABHD, cuius opposita latera AD, BH sint par-la habuerint eandem, vel equales altitudines AB, & rectæ IK par-læ basibus sint inter se æquales & secent bifariam altitudines seu latera AB, DH, AC. Dico spatia FB, DB, & ABC æqualia esse.

a I. 15. Quia rectæ *a* ADF & BHC parallelæ sunt interse, ergo *b* triangu-
b IV. 4. la AKF, & CKG similia sunt, & inter se æqualia, ob æqualitatem homologorum laterum FK, & KG; addito communiter trapetiō AKGB erit tri-lum ABC æquale par-mo BF. Simili modo tri-la FKD, & GKH æqualia sunt inter se, & addito communi trapetio ADKGB erit fru-

frustum ADHB æquale eidem par-mo BF; & proinde tri-lum quoque æquale erit frusto ADHB. vocetur recta IK *basis intermedia*.

PROPOSITIO II. *Tab. IV. Fig.* 14. 15. In figuris ABC, & DEFG si tam altitudines AB, & DE inter se, quam intermediæ bases HI, KL inęquales fuerint; habebūt binæ figuræ quæq; inter se comparatæ eandē proportionem quam rect-lum AB in HI ad DE in KL sub altitudinibus, & sub intermedijs basibus earum comprehensa.

Per I & L ductis M N, & O P parallelis ipsis AB, DE compleantur par-ma BM, EO; & quia *a* par-ma BM, EO compositam pro-nem habent ex rationibus basium, & altitudinum, erunt inter se vt rect-lum ex AB in HI ad rec-lum sub DE in KL; & est *b* tri-lum AB C æquale par-mo BM, atq; frustum vel par-mum DEFG æquale par-mo EO, ergo triangulum ABC ad frustum vel par-mum DEFG erit vt rectangulum ex AB in HI ad rectangulum ex DE in KL quod &c.

a *IV*.13

b *hui*.1

PROPOSITIO III. *Tab. IV. Fig.* 16. 17. 18. 19. Poligonum regulare MNOQ cuius laterum multitudo sit par ad superficiem prismatis absque basibus, aut pyramidis, vel frusti eius AGKLD, quorum bases GKL simi-

similes sint polygono MNO, eandem proportionem habet quam quadratum radij PZ polygoni ad rec-lum sub altitudine AH superficiei solidi in latitudinem BD basis eius intermediæ CFD diuidentis bifariam omnia latera solidi.

Fiat figura RSTV concentrica, & proinde similis ipsis MNOQ, & CFID cuius perimeter secet omnes radios vt PZ bifariam in X, & compleantur triangula PMN, PNO &c. Quia in duabus figuris planis PMN, & AGK rectæ lineæ RS & CF par-læ basibus secant bifariam al-
a hui.2 titudines PZ, AH, ergo *a* figura PMN ad AGK est vt rect-lum PZ in RS ad rectangulum AH in CF;
b V. ex 3. suntque *b* RS & CF latera homologa similium polygonorum, igitur RS ad CF erit vt cathetus XV ad cathetum BD; & ideo vt rectangulum PZ in XV vel in ZP ei æqualem, seu vt quadratum ZP ad rectangu-
c hui.2. lum AH in BD ita *c* erit triangulum PMN ad figuram AGK; suntque superficies integræ polygoni, & cuiuslibet solidorum æque multiplices earundem figurarum PMN & AGK (ob similitudinem earum) ergo polygonum MNOQ ad superficiem totam AGKLD cuiuslibet ex dictis solidis, est vt quadratum radij PZ ad rectangulum sub altitudine AH in BD latitudinem basis intermediæ eius-

eiusdem solidi quod erat, &c.

PROPOSITIO IV. *Tab. IV. Fig.* 20. 22. Adscribere duo prismata in cylindro, duas pyramides in cono, & duo frusta pyramidalia in coni frusto ASTM, quorum axes XY, bases circuli STM, ita vt superficies circumscripta ad inscriptam eandem proportionem habeat quam Polygonum CFD circumscriptum circulo PBNID basis intermediæ ad polygonum PNZ eidem inscriptum bissecantia altitudines superficierum adscriptarum figurarum.

Circulo basis SHTM *a* circumscribantur figuræ similes circumscriptis circulo PBND intermediæ sectionis, quorum omnia latera homologa parallela sint inter se, vt sunt GK, CF: per quæ *b* ducantur plana contingentia solida rotunda, quæ in cylindro erunt par-grammata, in cono erunt tri-gula, in frusto coni erunt trapetia; & erunt similia, & tot numero quot sunt latera circumscripti polygoni, & omnia component superficiem prismatis circa cylindrum, superficiem pyramidis circa Conum, & frusti pyramidis circa coni frustum, cum in lateribus omnibus GCA, KFA coniungentibus angulos æquales similiter positos, se mutuo secent plana figurarum comprahendentium soli-

a V. ex 4

b conic. 11.

solida ipsa. Postea per omnia latera basi intermediæ inscripta, quorum vnum est PN extendantur plana parallela planis circumscriptis; pari modo ex eis fient superficies prismatis, pyramidis, & frusti pyramidalis inscriptæ eisdem rotundis figuris; & à centro E intermediæ basis ad omnes angulos circumscriptarum figurarum coniungantur rectæ EA, EB, EH, EG, EK &c. quæ secent rectas in planis inscriptis designatas in punctis Q, O, R, S &c. Et quia in
c VI. 9 vno triangulo EAH est QR *c* parallela basi AH, cum sint communes sectiones planorum æquidistantium factæ à plano EAH; ergo *d* AH ad
d IV. 4. QR est vt BE ad OE, seu vt CF ad PN, ob similitudinem triangulorum, & sic in omnibus reliquis. qua-
e IV. ex re *e* rectangulum AH in CF ad ei
15. 17. simile rectangulum QR in PN erit vt triangulum CFE ad ei simile triangulum PNE. suntque superficies integræ solidorum adscriptorum figuris rotundis, & polygona adscripta circulis basium intermediarum æque multiplicia figurarũ similiũ AGK, QST, CEF, & PEN. igitur superficies circumscripta cuilibet ex solidis rotundis ad inscriptam ei similem eandem propotionem habet, quam circunscriptum polygonum basi intermediæ circulari ad polygonum eidem inscriptum. quod erat faciendum.

Corollarium. Manifestum est figuram inscriptam cylindro, cono, & eius frusto quæ similis sit circumscriptæ minorem esse superficie rotunda solidi.

Quia altitudo eius QR minor est altitudine solidi rotundi AH; & præterea ab eadem rotunda superficie comprehenditur.

PROPOSITIO V. *Tab. IV. Fig.* 20. 21. 22. Quilibet circulus p b n i d ad superficiem curuam cuiuslibet cylindri, coni aut frusti conici AS TL est vt quad-tum ex a b radio illius ad rectangulum sub altitudine AH superficiei rotundæ in diametrum BD circuli basis intermediæ cuiuslibet solidorum.

Adscribantur *a* circulo p b i d duo polygona regularia inter se similia c f d, & p n i, quorum differentia minor sit quacumque magnitudine data; & in solidis *b* adscribantur prismata, pyramides, aut eorum frusta similia inter se, quorum bases intermediæ CFD, & PNI similes sint polygonis adscriptis circulo p n i, erit *c* polygonum c f d circumscriptum circulo ad circumscriptam figuram AGHKD solidum ambientem vt quadratum radij circuli b a ad rectangulum sub AH in BD: pariterque polygonum p n i

a *V.* 9.

b *hui.* 4.

c *hui.* 3.

circulo inſcriptum ad figuram QS TL ſolido inſcriptam ſe habet vt quadratum o a ad rectangulum QR in OD, ſeu vt quadratum b a ad rect-gulum AH in BD. ſunt igitur duæ magnitudines prima ſuperficies circuli p b n i d, ſecunda ſuperficies rotunda ASHTD, & proportio data quadrati b a ad rectangulum AH in BD, & duæ aliæ figuræ circumſcriptæ eandem datam rationem habentes ſunt vna maiores prima p b n i, & ſecunda ASHT exceſſu ſupra primam minori quocumque dato; & duæ figuræ inſcriptæ eandem datam rationem habentes ſunt vna minores prima & ſecunda defectu à prima minori quolibet dato. Igitur
d III. ex 24. *d* prima area circuli p b n i ad ſecundam ſolidi ſuperficiem rotundam ASHTD eandem proportionem habet, quam quadratum circuli radij, a b, ad rectangulum AH in BD quod erat &c.

Corollarium I. Ex hac propoſitione deducitur quod ſi circuli radius b a fuerit medius proportionalis inter ſolidi rotundi latus AH, & diametrum intermediæ baſis BD erit circulus b n d p æqualis ſuperficiei curuæ eiuſdem ſolidi.

Quia quadratum b a æquale erit rectangulo AH in BD, & ideo eandem æqualitatis rationem habebit

cir-

circulus b n d p ad superficiem curuam eiusdem solidi.

Corollarium II. Et circulus basis cylindri ad eius curuam superficiem erit vt quad.tum radij basis ad rectum sub latere, & eodem diametro contentum. quia in cylindro infima basis æqualis est basi intermediæ.

Corollarium III. Et circulus basis coni ad eius curuam superficiem est vt radius circuli basis ad latus coni.

Quia circulus basis coni ad eius curuam superficiem est vt qua-tum radij HY basis coni seu BD ei æqualis diametri basis intermediæ ad rectangulum AH in eandem BD & ideo erit vt HY ad HA.

PROPOSITIO VI. *Tab. IV. Fig.* 23, 24. Si superficies coni, vel frusti conici HGFE tetigerit conuexam sphæræ ACVD superficiem in K, I periphæria intermediæ basis illius KI. Dico quod superficies illa curua HGFE æqualis erit superficiei circuli, cuius radius X medius prop-lis est inter sphæræ diametrum AV, & altitudinem FT coni vel frusti.

In Circulo ACD per axim sphæræ AV ducto extendatur diameter IRP, & RK; & compleatur paral-

lelogramum rect-lum HOFT.

a I. 15. Quia angulus *a* OGK æqualis est alternoGKI ob par-las OGF & KI, & GKI continetur à tangente GK& b II.24 secante IK. ergo *b* angulus R in alterno segmento contentus æqualis est ei, & angulo OGK: suntque duo anguli O & IKR recti. Igitur c IV.4. *c* in triangulis similibus OGH, KRI est RI ad IK, vt GH ad HO quare d IV.14 cor. 1. *d* rectangulum sub extremis contentum RI seu VA, & OH seu FT æquale erit rectangulo contento ab intermedijs GH, & KI; estque quadratum X æquale rectangulo VA in FT. ergo eidem quadrato X æquale est rec-lum sub GH & IK, & e hui.5. cor. 1. propterea *e* superficies curua FEHG æqualis erit circulo ex radio X descripto quod &c.

PROPOSITIO VII. *Tab. IV. Fig.* 25. Superficies solidi spæralis EFGHI circumscripti hemisphærio, vel segmento minori BAC à quaternario mensurato, æqualis est circulo, cuius radius X medius proportionalis est inter diametrum sphæræ BC & altitudinem GD solidi spæralis.

Ductis planis FH & EI erectis ad a IV.10 axim DA fiat *a* Z media pro-lis in- b IV.14 cor. 2. ter BC & GL, & ideo *b* qua-tum Z erit æquale rectangulo sub BC & c eisdē GL contento. pariter *c* fiat y cuius

que-

qua-tum æquale ſit rec-lo ſub BC, & DL compræhenſo, & ſic vlterius. Et quia ex præcedenti, ſuperficies coni FGH æqualis eſt circulo radij Z, & ſuperficies curua fruſti conici EFHI æqualis eſt circulo radij Y, & ſic reliqui ſi plures extiterint. Ergo tota ſuperficies EFGHI ſolidi ſphæralis eſt æqualis circulis à radijs Z, Y deſcriptis ſimul ſumptis. eſtque d rec-lum ſub BC & DG (ſeu qua-tum X mediæ prop-lis inter illas) æquale rec-lis BC, GL & BC DL ſimul ſumptis, ob communem altitudinem BC. Ergo quadratum X æquale eſt qua-tis Z & Y ſimul ſumptis; ſuntque e circuli ex ijſdem radijs deſcripti in eadem ratione quam habent qua-ta earumdem. Igitur circulus radij X æqualis erit circulis ex radijs Z & Y deſcriptis ſimul ſumptis. quare integra ſuperficies ſolidi ſphæralis EFGHI æqualis erit circulo ex radio X deſcripto vt erat propoſitum.

d IV. 1. schol.

e V. 12

PROPOSITIO VIII. *Tab. IV. Fig. 26.* Superficies ſolidi ſphæralis EFGHI hemiſpherio, vel minori portioni BAC circũſcriptæ à quaternario menſuratæ maior eſt circulo, cuius radius ſit recta AB à polo A ad B terminũ baſis BC ducta; ſuperficies vero BKALC inſcripti ſphæralis ſimilis illi minor eſt eodem circulo ex radio AB.

 In

In plano circuli maximi BACcõiungãtur radij DB,DC secantes tãgentes in E,I;& polygono BKALC
a V.6. *a* inscribatur circulus PRQ, cuius diameter PQ. patet quod ex reuolutione figuræ fiet sphæra cui circumscriptum erit solidum sphærale BKALC: & sit *b* quadratum AX æquale rec-lo AN in GO, & quadratum
b IV.ex 14.cor.2 AZ æquale sit rect-lo PQ in AM. Et quia EO, BM sunt parallelæ erit
c IV.3. *c* EB ad OM vt BD ad MD, & permutando sicut BD maior est quam MD, sic quoque EB,seu ei æqualis GA maior erit quam MO, & addita communi AO, erit GO maior quam AM; & sumpta communi altitudine
d IV.1. AN erit *d* rectangulum AN in GO, seu ex constructione quadratum AX maius rect-lo NAM, seu, ei æquali
e hui.7. qua-to AB. est *e* vero superficies sphæralis EFGHI æqualis circulo radij AX; quia fuit rec-lum NA in GO æquale qua-to AX. ergo superficies sphæralis circumscripta maior est circulo radij AB.

Postea quia superficies spheralis BKALC circumscripta est sphæræ
f ex eisdem PRQ, & *f* rec-lum PQ in AM, seu quadratum AZ minus est rec-lo NAM, seu ei æquali quadrato AB; estque superficies sphæralis BKALC æqualis circulo radij AZ. ergo superficies sphæralis BKALC minor est circulo radij AB; quod erat &c.

Corol-

Corollar. Hinc deducitur quod superficies solidi spheralis EGI ad superficiem sphæralem BAC est vt polygonum EGI ad ei simile polygonum BAC.

Quia ob similitudinem figurarum, & circulorum inscriptorum vt rectangulum NA in GO ad rectangulum QP in AM, seu *g* vt superficies sphæralis EGI ad superficiem sphæralem BAC, ita est polygonum EGI ad polygonum BAC. *g hui.7.*

PROPOSITIO IX. *Tab. IV. Fig. 26.* Hemisphærio aut minori portioni BAC adscribere duo solida sphæralia, quorum curuæ superficies, vel solida ipsa differant spatio minori quocumque dato.

Sit primo quælibet magnitudo Y plana quantumuis exigua; & vt Y ad superficiem curuam portionis sphæræ BAC ita effici potest differentia quadratorum ex SD & ex A D, seu *a* rectangulum NSA ad quadratum AD; & secta bifariam peripheria AB, & rursus bifariam, & sic vlterius, quousque postremi segmenti tangens FG cadat inter puncta S, & A; & *b* completis polygonis adscriptis, & solidis sphæralibus ex illorum reuolutione circa axim DA. Quia rectangulum NG A minus est rectangulo NSA, ergo *a V.22.* *b V. ex 3. & 4.*

rec-lum NGA ad quadratum AD, seu c differentia polygonorum ad inscriptum polygonum BKAC minorem rationem habet quam rectangulum NSA, ad idem qua-tum AD, seu quam spatium Y ad superficiem portionis sphæræ BAC. Et quia vt d polygonum EGI ad polygonum BAC ei simile, ita est superficies sphæralis EFGI ad superficiem sphæralem inscriptam BKAC; ergo diuidendo differentia polygonorum ad inscriptum polygonum erit vt differentia superficierum sphæralium ad superficiem inscripti sphæralis, ergo spatium Y ad superficiem portionis sphæræ BAC maiorem rationem habebit quam differentia sphæralium superficierum ad superficiem inscriptam, & adhuc maiorem quam ad superficiem portionis sphæræ (quæ maior est superficie sphæralis inscripti) quare differentia sphæralium superficierum adscriptarum minor est quacunque magnitudine Y.

c V. ex 9.

d hu. ex 7.

Secundo magnitudo supposita sit cubus ex latere Y & cetera fiant vt in præcedenti casu ostendetur quod differentia solidorum sphæralium inter se similium hemisphærio vel minori portioni adscriptorum minor est quocunquæ dato cubo super latere Y descripto.

PRO-

PROPOSITIO X. *Tab. IV. Fig.* 26. Hemisphærij aut minoris portionis superficies curua ABC æqualis est circulo cuius radius est recta AB à polo A ad terminum B basis ducta.

Adscribantur, *a* hemisphærio aut minori portioni ABC duę superficies sphærales EFGHI, & BKAIC, quarum differentiæ minor sit quacumque data; & fiat *b* AX radius circuli æqualis superficiei circumscripti spheralis, & AZ sit radius circuli æqualis superficiei inscripti sphęralis. patet quod AB minor est AX, & maior quam AZ. Quare sunt duæ magnitudines, prima superficies curua hemisphærij aut minoris portionis BAC; secunda circulus radij AB, & duæ aliæ superficies spheralis EFGHI & ei æqualis circulus radij AX sunt vna maiores prima & secunda excessu à prima minori quocunq; dato; pariterque duæ aliæ superficies spheralis BKALC & ei æqualis circulus radij AZ sunt vna minores prima & secunda defectu à prima minori quolibet dato: igitur *c* superficies curua sphæricæ portionis BAC æqualis est circulo ex radio AB descripto. Quod &c.

a *hui.* 9.

b *hui.* 7.

c III. ex 24.

PROPOSITIO XI. *Tab. IV. Fig.* 27. Superficies totius sphæræ ABFEG æqualis est quadruplo circuli

maximi eius AFEG & superficies maioris portionis BEC æqualis est circulo cuius radius est recta BE à polo E ad terminum B basis portionis.

In circulo AFEC maximo ducatur diameter FDG per-ris ad axim AE; coniunganturque AF, EF. Quia in tri-lo isoscelio ADF & rectangulo in D est *a* circulus radij AF duplus circuli radij DA, seu circuli maximi; est quæ *b* superficies curua hemisphærij FAG æqualis circulo radij FA. ergo superficies hemisphæri IFAG dupla est circuli maximi ABEC. Simili ratione superficies alterius hemisphęrij FEG ęqualis est duplo circuli maximi radio DF descripti. igitur duo hemisphæria, scilicet superficies totius sphæræ æqualis est quatuor circulis maximis AFEG simul sumptis.

Postea in triangulo *c* rectangulo ABE in semicirculo, quia *d* circulus ex radio rectæ lineæ AE descriptus æqualis est duobus circulis ex radio AB, & ex radio BE; estque *e* superficies totius sphæræ æqualis circulo radio AE descripto, qui quadruplus quoque est circuli radij DF; & *f* superficies minoris portionis BAC æqualis est circulo radij AB. ergo reliqua superficies portionis BEC æqualis est circulo à radio B E descripto, quod &c.

a V.18.
b hu.10
c II.20
d V.18.
e huius par. 1.
f hu.10

PRO-

PROPOSITIO XII. *Tab. IV. Fig.* 28. 29. Si vnius coni recti EDF plana ſuperficies nempe circulus DF æqualis fuerit curuæ ſuperficiei AB KC alterius coni, vel romboidis, BAIC, aut coni vel rombi ex cauati, & altitudo illius ſeu axis EL æqualis fuerit IH per-ri à centro vel ſummitate contrapoſita ad ſuperficiem curuam huius: erunt ſolida EDF, & BAICK inter ſe æqualia.

Quia circulus DF, ſeu ſuperficies curua coni ABC ei æqualis ad circulum ſuæ baſis AC *a* eſt vt BA ad ſemiſſem ipſius AC, ſeu *b* ob triangulorum ſimilitudinem vt BI, ad IH vel ad EL. Ergo baſes & altitudines ſunt reciprocæ; & ideo *c* conus vel romboides ABCI æqualis eſt cono EDF. a *hui.* 5. *cor.* 3. b IV. 4. c VI. 32

Poſtea in rombo excauato BAIC K *d* completo cono GAC fiat circulus OP centro L æqualis toti ſuperficiei curuæ AGC, & circulus MH eodem centro fiat æqualis ſuperficiei conicę KGB, vnde zona circularis MOPH equalis erit ſuperficiei curuæ ABKC, & quia EL æqualis eſt IH *e* erit conus EOP æqualis romboidi AGCI, & conus E MN æqualis romboidi GBIK. quare conus cauus genitus ex reuolutione trianguli EOM circa axim EL æqualis erit romboidi excauato d *hu. ex* 5. *cor.* 1. e *ex prima parte.*

BA-

f VI. ex 27. BAICK; sed f conus EDF, æqualis est illi cono cauo, cum habeant altitudinem communem EL, & circulus basis DF æqualis sit Zonæ MOPH. ergo conus EDF, æqualis est romboidi excauato B A I C K. Quod &c.

PROPOSITIO XIII. *Tab. IV. Fig. 31.* Quilibet sector sphæræ AB CD æqualis est cono DEQ cuius altitudo DB æqualis sit radio sphæræ, basis vero circulus EQ æqualis sectoris superficiei curuæ ABC.

a hui. 9. Adscribantur a sphæræ sectori A BCD duo solida sphæralia DFHK, & DABC similia inter se, ita vt eorum differentia minor sit quacumque data magnitudine; &

b hui. 7. fiat b circulus NT, ex radio BN qui sit æqualis superficiei curuæ sphærali FHK, cumque altitudo DB equalis sit perpendicularibus ex D, ad superficies curuas GH, FG cadentibus; ergo

c huius 12. c conus vertice D, basi circulo NT æqualis est romboidi HGDI, & rombis excauatis scilicet integro solido sphærali DFHK, eritque conus DNT maior æquè alto cono DE Q, eo quod basis circulus NT æqualis est circumscriptæ superficiei sphęrali FHK, quæ maior est compræhensa sphæræ superficie, seù circulo EQ.

d hui. 7 et 12. Similiter facto d circulo OY æqua-

æquali superficiei sphærali ALBMC ostendetur conus DOY æqualis solido sphærali DABC inscripto, & minor erit cono DEQ. Sunt igitur duæ magnitudines, prima est sector sphæræ DABC, secunda est conus DEQ, & duæ aliæ solidum sphærale DFHK & conus DNT quæ æquales sunt interse, & vna maiores prima & secunda excessu supra primam minori quolibet dato: & duæ aliæ solidum sphærale DABC inscriptum, & conus DOY interse æquales vna minores prima & secunda defectu à prima minori quolibet dato. Ergo *e* sector sphæræ DABC æqualis est cono DEQ quod, &c. *e* III. *ex* 24.

PROPOSITIO XIV. *Tab. IV. Fig.* 32. 33. Quælibet sphæræ portio BCF æqualis est cono BDF, super eadem basi BF constituto, cuius axis DE ad portionis axim CE, sit, vt radius sphæræ HA vna cum axe AE oppositæ portionis ad eundem axim AE.

Fiant coni CBF & HBF, iungaturque recta BA: quia HAE ad AE est vt DE ad EC; diuidendo *a* HA seu CH ad AE erit, vt DC ad CE, & antecedentes simul ad consequentes, scilicet HD ad AC est, vt CH ad AE; & permutando DH ad HC erit vt CA ad AE: sed *b* in semicirculo triangulum A B C est rec- *a* III. 13. & 18. *b* II. 20.

lum

lum & pariter BE per-lariter secat
c IV.9. 17. hypothenusam AC. Ergo vt c CA ad AE, ita est qua-tum CA ad qua-tum AB, seù vt qua-tum CB ad qua-
d VI. 12. tum BE (ob similitudinem triangulorum;) suntque d circuli vt quata radiorum; ergo circulus radio CB ad circulum radio BE est vt CA ad AE: estque e superficies curua
e hu. 10 portionis sphæræ BCF æqualis circulo radij CB, ergo vt DH ad HC ita est superficies curua BCF ad circulum diametri BF. Quare productum ab estremis scilicet summa, vel differentia conorum DBF, & HBF, vel romboides DBHF æqualis est producto ex intermedijs, sci-
f hu. 13 licet f sectori sphæræ BCFH: & ablato in prima figura, & addito in secunda, communi cono HBF erit conus DBF æqualis portioni sphæræ BCF, quod erat, &c.

Corollarium. Hinc deducitur quod quælibet portio sphæræ ad conum eandem basim & axim ei habentem, se habet, vt radius sphæræ vna cum axe residuæ portionis ad eundem axim.

Quia conus DBF seù ei æqualis portio sphæræ BCF ad conum CBF est vt altitudo DE ad EC, seù vt HA cum AE ad AE,

PROPOSITIO XV. Tab. IV. Fig.

Fig. 34. Inter rectam lineam A C maiorem, & BA minorem duas medias proportionales reperire.

Conueniant illæ ad angulos rectos in A, & compleatur parallelogrammum ABDC, cui *a* circumscribatur circulus diametro DA, & per *b* punctum D circa asymptotos CA B describatur hyperbole DF; & ducatur *c* recta DM circulum tangens in D, & recta *d* IDK sectionem ibidem contingens, occurrens asymptotis in I, & K; erunt *e* quidem ID, & DK æquales inter se, & DC parallela est AK, ergo *f* IC æqualis est CA: pari ratione KB æqualis erit BA, sed posita fuit CA maior quam AB, ergo in triangulis IAD, & KDA basis IA maior erit, quàm AK, & latera ID, DK æqualia sunt, & DA est commune, igitur angulus ADI maior erit angulo ADK, qui proinde acutus erit, & propterea *g* recta linea IK sectionem contingens in D intra circulum cadet, & ideo *h* hyperbola per D punctum inter tangentes KD, & DM incedens secat circulum, in alio puncto F præter D; & coniungatur recta linea DF, quæ producta secet asymptotos in punctis G, & H: ostendendum est rectas BH, & GC esse duas medias proportionales quæsitas. Quoniam eiusdem rectæ lineæ portiones *i* GD

a V.5.
b *co.*47
c II.21
d *co.* 11
e *co.*46
f IV. 3.
g *II. ex* 21.
h *ex eadem & hu.*11.
i *co.*46.

&

& FH inter hyperbolen, & asymptotos interceptæ æquales sunt inter se, addita communi DF, erunt FG, & DH inter se quoque æquales; quare rectangulum *l* DHF
l IV. 1. æquale erit rectangulo FGD, sed *m*
m IV. 22. rectangulum AHB æquale est rectangulo DHF (eo quod ab eodem puncto H extra circulum posito ducuntur duæ rectæ lineæ circulum secantes:) simili modo rectangulum AGC æquale est rectangulo FGD: igitur duo rectangula AGC, & AHB æqualia inter se erunt, &
n IV. 14 cor. 1. ideo *n* vt GA, ad AH, ita erit reci-
o IV. 4. proce BH ad GC, sed vt *o* GA ad AH, ita est DB ad BH, nec non GC ad CD (propter æquidistantiam ipsarum DB, GA, & ipsarum CD, & AH, & similitudinem triangulorum) quare DB, seu CA ad BH eandem proportionem habebit, quam BH ad GC, & eandem quam habet GC, ad CD, seu ad AB, & propterea quatuor rectæ lineæ CA, BH, CG, & BA erunt in continua proportionalitate. Quod erat propositum.

PROPOSITIO XVI. *Tab. IV. Fig.* 35. Hemisphærium ABC duplum est coni ABC, & sub sex qui alterum cylindri EACF eandem basim AC & axim BD habentium.

Extendatur radius BD ad G, pa-
a *hu.* 14 tet *a* hemisphærium ABC ad conum

EAC

BAC esse vt radius DG, vna cum GD axe reliquæ portionis ad GD, scilicet vt duplum DG ad subduplum eiusdem DG; igitur hemisphærium æquale est duplo coni BAC; cumque idem conus *b* tertia pars sit cylindri AF erit ex æquò hemisphærium ad cylindrum vt duo ad tria. *b* VI. 29.

PROPOSITIO XVII. *Tab. IV. Figur.* 36. Cylindro vel cono dato A sphæram ei æqualem describere.

Fiat *a* cylindrus rectus BD sexquialter ipsius A & inter *b* BC, & CD duæ mediæ E & FG in continua prop-ne reperiantur, & altitudine FG fiat cylindrus rectus FH ambiens sphæram S cuius basis diameter GH æqualis sit FG. Quia BC, E, FG, CD, continuæ pro-les sunt, ergo vt *c* longitudine est BC ad tertiam pro-lem FG, ita est potentia FG seù GH ad CD, & ideo circulus basis GH ad circulum CD, est reciproce vt altitudo BC, ad FG altitudinem; & proinde *d* cylindri BD, & FH æquales inter se sunt, estque *e* cylinder FGH sexquialter inscriptæ sphæræ S, sicut cylinder BD sexquialter factus fuit ipsius A. igitur sphæra S æqualis est cylindro A. *a* VI. ex 31. *b* hu. 15 *c* VI ex 17. *d* VI. 32. *e* hu. 16

Si vero A fuerit conus facto cylin-

lindro circa conum reliqua fiant, vt prius, & idem deducetur.

PROPOSITIO XVIII. *Tab. IV. fig.* 37. Sphæræ superficiem ABCD in data ratione R ad S secare.

a IV. 11 Fiat *a* axis AC ad AE vt R simul cum S ad R; & per E ducto plano BD per-ri ad axim AC, coniungantur AB, CB in circulo maximo
b IV. ex 17. ABCD. *b* Quia vt CA ad AE seù vt R & S ad R, ita est potentia CA ad
c V. ex 12. AB seù *c* circulus radio AC ad circulum radio AB descriptum; est-
d hu. 11 que *d* circulus radio AC descriptus æqualis superficiei totius sphæræ, cum ambo sint quadrupli circuli ma-
e hu. 10 11. ximi ABCD, & *e* circulus radij AB æqualis est portioni superficiei sphæræ BAD. Ergo vt R cum S ad R, ita est tota sphere superficies ad superficiem BAD, & diuidendo & in vertendo vt R ad S ita erit sphæræ superficies BAD, ad superficiem BCD, quod, &c.

PROPOSITIO XIX. *Tab. IV. Fig.* 38 Datam sphæram, AQBV secare vt portiones interse habeant rationem datam CD ad DE.

Producatur axis vt fiat AF æqualis dimidio AB, & fiat *a* AF ad AG
a II. 21 et IV. 11 tangentem circuli vt CE ad ED,
b IV. 10 & sit *b* AH media prop-lis inter FA
c cō. 25. & AG; & axe *c* AF, latere recto

AG fiat parabola FHK, in qua applicetur BK par-la AH; & circa *d* asimptotos ABK fiat hyperbole GL secans parabolam in L, ducaturque LM par-la ipsis KB, & HA, secans circulum AQB in Q, & LX, GN ducantur par-læ reliquo asymptoto AB. Ostendendum est planum per LMV erectum ad axim AB problema efficere. Erit *e* rec-lum LMB æquale rec-lo GAB, ideoque *f* LM ad GA erit vt AB ad BM, & proinde *g* qua-tum LM, seù ei æquale rec-lum FM in AG ad quadratum GA erit vt qua-tum AB ad quadratum BM; & ob parabolam *h* FM, ML, AG continuæ pro-les erunt, & ideo *i* vt FM, ad AG ita est quadratum LM ad quadratum AG seu qua-tum AB ad qua-tum BM, vel potius *l* circulus radij AB ad circulum radij BM est vt FM ad AG; ex quo sequitur quod *m* conus basi circulo ex BM, in altitudiné FM æqualis sit cono circuli ex AB in AG ducto: est vero conus *n* ex circulo radij AB in axim FA æqualis sphæræ AQBV, & conus circuli radij AB in AG æqualis fuit mox ostensus cono circuli MB in FM, ergo sphæra AQB ad conum circuli MB in FM se habet *o* vt FA ad AG seù vt CE ad ED.

Fiat tandem *p* vt FM ad MA ita OM ad MB, permutando FM ad M O erit

d conic. 47.
e conic. 51.
f IV. 14
g IV. 18 & conic 23.
h conic. def. 15.
i IV. ex 17.
l IV. 12.
m VI. 32.
n huius ex 13.
o VI. ex 31.
p IV. 11

q IV.9. & ex 17 O erit vt AM ad MB, seu q vt circulus ex QM ad circulum ex MB. (eo quod tres AM, MQ, MB, in semicirculo continuè pro-les sunt) igitur r conus circuli MB in FM æ-
r VI.32 qualis est cono circuli ex radio QM in MO, huic vero s cono æquale est
s hu.14. segmentum sphæræ BQV; ergo sphæra AQBV ad segmentum eius BQV, se habet vt FA ad AG, vel vt CE ad ED; & diuidendo sphæræ segmentum AQV ad segmentum BQV est vt CD ad DE, vt imperatum fuerat.

PROPOSITIO XX. Tab. IV. Fig. 39. Datis duabus sphæræ portionibus ACB & EGF tertiam HLK constituere, quæ alteri earum, EGF similis sit, alteri vero ACB equalis.

a hu.14 Fiat conus a XAB æqualis portioni sphæræ ACB, & conus VEF fiat æqualis portioni sphæræ EGF;
b IV 11 & vt b VQ ad EF ita fiat XT ad li-
c hu.15 neam D, & inter c AB & D ponantur duæ mediæ continuæ prop-les HK & I; & super circulum ex diametro HK fiat HLK portio sphæræ similis ipsi EGF (facto axe ML ad LY vt OG ad GQ). Dico portionem HLK æqualem esse portioni
d hu.14 ACB. Fiat d conus ZHK æqualis portioni HLK; & ideo conus ZHK similis erit cono VEF, sicuti portio

sphæ-

sphæræ similis erat portioni; quare vt VQ ad EF, seù vt XT ad D sic ZY ad HK; & permutando, inuertendoque, vt ZY ad XT ita erit HK ad D, cumque AB, HK, I, D continuæ proportionales sint, erit *e* AB ad HK potentia seù circulus AB ad circulum HK vt HK ad D. e 1IV. ex 17. & V. 12.

Sed fuit XT ad D vt VQ ad EF, seù vt ZY, ad HK, permutando ZY ad XT erit HK ad D. ergo circulus AB ad circulum HK est vt ZY ad XT. vnde *f* conus ZHK æqualis erit cono XAB; proindeque *g* portio sphæræ HLK erit æqualis portioni sphæræ ACB. Quod &c. f V. 32. g *huius*

PROPOSITIO XXI. *Tab. IV. Fig.* 40. Datis duabus portionibus sphæricis ABC, & DEF tertiam KLM reperire cuius superficies æqualis sit superficiei vnius DEF & similis sit superficiei alterius ABC.

In circulis maximis AB, DEF coniunctis rectis BC, EF, vt *a* BC ad EF ita fiat diameter BH ad LN, & descripto circulo, & sphæra LKNM, & secto *b* axe NL in R in ratione HB ad BP, & ducto plano KRM perpendiculari ad axim & LM: erunt *c* portiones circulorum & sphæricæ ABC, KLM similes; & ideo HB ad LN, erit vt BC ad LM; sed fuit BC ad EF vt HB ad LN seu vt BC ad LM, ergo LM æqualis est EF, a IV. 11 b *eadē* c V. ex 15.

&

d hu,10 & *d* circuli ab eisdem radijs facti qui æquales sunt superficiebus portionum æquales sunt interse; & portio sphæræ KLM habet superficiem KLM æqualem superficiei DEF; & similem ipsi ABC. Quod &c.

PROPOSITIO XXII. *Tab. IV. Fig.* 41. Ex data sphæra ABCD portionem abscindere ABC quæ ad inscriptum conum ABC datam habeat rationem RS ad S. sed proportio data maior sexquialtera esse debet.

Sic vt R ad S ita fiat radius ED circuli ABD ad DF; quia EDB ad D
a IV.11 B est vt 3 ad 2, ergo R, S ad S maiorem rationem habet quam EDB ad DB, & diuidendo R ad S, quæ fuit vt ED ad DF est in maiori ratione quam ED ad DB, & proinde DF minor erit diametro DB, Ducatur iam per F planum AC per-lare ad axim BD, & fiat conus BAC,
b hu.ex 14. & conus *b* GAC æqualis portioni sphæræ ABC. Quia vt RS ad S, seù
c eadē vt EDF ad DF ita *c* est GF ad FB,
d VI.ex 31. seù *d* conus GAC ad conum BAC,
e hu,14 estque *e* portio sphæræ ABC æqualis cono GAC. igitur vt RS, ad S, ita est portio ABC ad conum BAC.

PROPOSITIO XXIII. *Tab. IV. Fig.* 42. Portionum sphæricarum non

non ſimilium habentium curuas ſuperficies BAD, FEH æquales, omnium maxima eſt hemiſphæriũ FEH.

Ducantur AB, EF; & CX fiat æqualis radio CI, & quia ſuperficies BAD & FEH ſunt æquales, erunt quoque *a* AB, EF circulorum radij æqualium eiſdem ſuperficiebus ſphæricis æquales interſe: & ſecetur AR æqualis EL; & quia ſphæricæ ſuperficies BAD, FEH ſupponuntur æquales, & non ſimiles, ductis circulis maximis erit FEH ſemicirculus & DAB ſegmentum maius vel minus, & in minori ſegmento qua-tum *b* AB ſubtendentis acutum angulum ad centrum I minus eſt duplo quadrati radij AI, & *c* maius quam duplum qua-ti AK, eo quod in ſegmento minori circuli vt diametri minor portio AK ad maiorem KC, ita eſt qua-tũ AK ad qua-tũ per-laris KB. ergo recta AB ſeu ei æqualis AR minor eſt radio AI & maior quam AK; è contra in maiori ſegmento AR maior eſt radio AI & minor quam AK. proindeque tam in maiori quam in minori ſegmento punctum R propinquius eſt circuli centro I quam punctum K. Igitur *d* rectangulum CRA, maius eſt rectangulo CKA; ſed qua-tum *e* AB æquale eſt rec-lo CAK. ergo quadratum AR ſemiſsis illius æquale eſt rec-lo ſub AK & CX, quæ ſemiſ- ſis

a *bu*.10

b *P*.29

c IV.ex 10. 17. & V.18

d Conic. ex 22. et II. 11.

e IV. ex 9. et 14

sis est diametri CA: quare duo antecedentia rec-lum CRA & quadratum RA simul, idest rec-lum CAR maius est duobus consequentibus, scilicet rec-lo sub AK & sub
f IV.11. KC cum CX. Fiat tandem *f* MK ad KA vt XK ad KC, & ducatur tangens EN æqualis EF, compleanturque coni MBD & LNO. erit *g*
g IV.14 cor. 1. rec-lum MKC sub extremis æquale rec-lo AKX sub intermedijs illarum pro-lium; & ideo rec-lum CAR maius erit rec-lo MKC; vnde *h* AC ad
h ex eadem. CK maiorem rationem habebit quã
i IV.9. 17. MK ad AR siue ad EL; sed vt *i* AC ad CK ita est quadratum AB ad qua-
l V.12. dratum BK, siue *l* circulus radio AB siue EF, vel EN ad circulum radio BK descriptum. ergo circulus NO ad circulum BD maiorem rationem habebit quam MK ad EL.
m VI. ex 32. Quare conus *m* cuius basis est circulus NO altitudo EL maior est cono cuius basis est circulus BD altitudo
n huius 14. MK. Suntque eisdem *n* conis æquales portiones sphæricæ FEH, & BAC. igitur portio FEH maior est portione BAD. Quod &c.

AR-

ARCHIMEDIS SPIRALIA

IO: ALPHONSI BORELLII.

SPiraliũ linearum doctrina quantum est ingeniosa & præclara, tantum abstrusa, & captu difficilis est, vt innuit ipsemet Archimedes in epistola ad Dositheum. Hanc ni fallor noua methodo planiorem redidi, & ne dum affirmatiuè tangentium spirales proprietates demonstraui, sed etiam ostendi quod locus inter tangentes & spiralem comprahensus vnius rectę lineæ capax non est, quod desiderabatur.

DEFINITIONES.

Duo mobilia *æquabili velocitate* ferri dicuntur, cum spatia quibuscumque temporibus exacta propnalia fuerint temporibus ijsdem quibus spatia transiguntur. I.

Si (*in Tab. V. fig.* 1.) punctum A per circuli radium AB ex centro A æquabili velocitate moueatur, eodemque tempore radius A B æquabili motu circumdatur circa centrum fixum. Punctum A duplici motu translatum describet cur- II.

uam lineam AFGMR, quam voco *Spiralem*.

III. Et *Principium* lineæ *Spiralis* eſt A centrum circuli.

IV. Et *Principium circulationis* eſt radius AB.

V. Linea ſpiralis *Prima* eſt AFMR facta ab integra circulari vertigine.

VI. Et ſpatium à recta AB & ſpira comprænhenſum dicitur *Primum* ſpirale.

VII. Et recta AB vocetur *Prima*.

VIII. Et circulus RDB vocetur *Primus*.

IX. Et vlterius ijſdem duobus motibus continuatis poſt complementum primæ ſpiræ, quouſque ſecunda reuolutio compleatur, continuatio lineæ curuæ vocatur *Spiralis ſecunda*. Et *Spatium ſecundum*. Et continuatio radij, *Linea ſecunda*, & *Circulus ſecundus*, & ſic vlterius.

X. Trilineum AXBCE (*Tab. V. fig. 2. 3.*) à cuius vertice A omnes rectæ AB, AS, AR, &c. ad baſim directam vel curuam BC ductæ ſecantur à latere cauo AEC. Voco *Trilineum cauum*.

XI In duabus figuris in apicem deficientibus æquales baſes & altitudines habentibus, ſi quælibet interceptæ lineæ par-læ baſibus, & æquè ab eis remotæ ſemper æquales fuerint inter ſe. Vocentur figuræ *æqualiter analoga*.

PRO-

PROPOSITIO I. *Tab. V. Fig. 2. 3.* Cuilibet trilineo cauo ABCE cuius basis BC sit recta vel circularis, adscribi possunt duæ figuræ gradatæ ex trapetijs æquè altis, quæ ex lateribus ad apicem concurrentibus sint compositæ; quarum differentia minor sit qualibet data magnitudine Y.

Coniungatur recta AC, & producta BA fiat AQ æqualis AB, feceturque AB bifariam in H, & rursus bifariam,& sic successiuè quousque in L, qua-tum *a* AB ad rectangulum QLB maiorem rationem habeat quam tri-lus vel sector ACB ad spatium Y & ducta LP par-la BC erit *b* tri-gulus vel sector ABC ad trapetium PCBL vt qua-tum AB ad rec-lum QLB; & ideo idem triangulum vel sector ABC ad trapetium PB maiorem proportionem habebit quam ad spatium Y; proindeque *c* trapetium PB minus erit quam spatium Y.

a V. 22 *ex cor.*

b ex ea- *dem et* IV. ex 17.

c III. 5.

Postea ab omnibus diuisionibus G H lateris AB ducantur lineæ GI, HN, & par-læ basi BC secantes curuam AEC, & rectas AS, AR, AO a vertice A per intersectiones D, E, F transeuntes, à quibus resultabunt figuræ gradatæ adscriptæ trilineo. Et quia *d* trapetium NM minus est æquè alto trapetio FR (cum

d IV. ex 4.

basis OR maior sit quam FM, & latera concurrant in A) eademque ratione trapetium IK minus quam MS, & ADG minus est quam SL. ergo addito communi trapetio PO; erit summa omnium differentialium trapetiorum PO, NM, IK, AG minor trapetio infimo PB; & multo minor spatio Y. quare figura gradata AINPB circumscripta trilineo ex trapetijs æquè altis ex lateribus ad apicem A concurrentibus composita superabit figuram gradatam DEFBG eidem trilineo AECB inscriptam, excessu minore quacumque data magnitudine Y. quod faciendum erat.

PROPOSITIO II. *Tab. V. Fig.* 2. 3. Si duæ figuræ trilineæ cauæ æquè altæ ABCE cuius basis BC fuerit arcus circuli, & a b c e cuius basis est recta b c æqualis BC, & figuræ fuerint æqualiter analogæ; Dico quod trilinea sunt æqualia interse. Coniunctis rectis AC, & a c compleantur sector ABC, & triangulum
a b c e. a b c; & cauo trilineo ABCE *a* adscribantur figuræ gradatæ ex trapetijs æquè altis, quæ ex lateribus ad apicem A desinentibus sint compositæ, ita vt earum differentia minor sit quacumq; data magnitudine; & diuisa altitudine ab in tot partes æquales in quot diuisa fuit AB, & per diuisiones

ſiones g, h, l ductis ppr-lis baſi b c ſecantibus curuam a e c in punctis d, e, f, & coniunctis rectis a d s, a e r, a f o, conſurgent duæ figuræ gradatæ adſcriptæ trilineo cauo a e c b. & quia trilinea ſupponuntur æque alta & æqualiter anologa. ergo ſicuti baſes *b* BC, b c æquales ſunt ita LF, l f æquè à baſibus remotæ æquales ſunt interſe: & ſic reliquæ omnes EH, e h erunt æquales &c. Pariterque *c* L P, l p ſunt æquales (ob ſimilitudinem tri-lorum, vel ſectorum ACB, APL) non ſecus NH, n h erunt æquales & ſic reliquæ ſimiliter poſitæ; ſuntque altitudines B L, b l æquales. ergo ſector ABC ad ſectorem ALP eſt vt triangulum a b c ad tri-lum a l p; ſuntque homologa interſe æqualia ſcilicet ſector *d* ABC æqualis eſt tri-lo a b c. ergo eorum differentiæ æquales erũt nempe trapetium PB æquale ipſi p b, & ſic NL æqualè erit n l, FB æquale f b, & ſic reliqua trapetia ſimiliter poſita æqualia erunt. Quare vniuerſæ figuræ gradatæ ex trapetijs compoſitæ circumſcriptæ trilineis ABCE & a b c e æquales erunt interſe. pariterq; eiſdem inſcriptæ æquales erunt. Cumque ſint duæ figuræ trilineæ & duæ aliæ interſe æquales circumſcriptæ ſint vna maiores illis exceſſu à prima minori quolibet dato ſpatio. pariterque

b huius def. II.

c IV. 4 et V. ex 15.

d de dimen. circuli 1.

duæ inſcriptæ interſe æquales ſunt vna minores eiſdem defectu à prima minori quolibet dato. igitur *a* prima trilineum ABCE æquale eſt ſecundę o b c e. Quod erat &c.

a III.24

PROPOSITIO III. *Tab. V. Fig.* 5. 6. 1. 4. Si in ſpirali AFGB ſumantur duo quælibet puncta F & G. Dico quod tranſitus circulares eorum à principio circulationis incoati HF, ad LG duplicatam proportionem habent eius quam tranſitus directi AF habet ad AG.

Quia motu æquabili eodemque tempore punctum A fertur per rectam AB & recta AB circumducitur, ergo recta *a* AH ad AL; pariterque angulus HAF ad angulum LAG eandem rationem habet quam tempus, quo tranſigitur AH ad tempus tranſitus per AL; eſtque *b* angulus HAF ad angulum LAG vt arcus LP ad arcum LPG. igitur recta AH ad AL *c* ſeu arcus HF ad LP eſt vt arcus LP ad arcum LPG. & arcus *d* LP ad arcum LPG eſt vt AH ad AG. ergo arcus HF ad arcum LPG duplicatam rationem habet eius quam AH habet ad AG. Quod &c.

a *huius def.* 1.
b V. 11
c V. 14.
d *hu. ex def.* 2.

Corollarium. Patet quod ſi punctum in linea ſecunda ſumptum fuerit. Tranſitus *e* circularis eius a

e *hu. ex def.* 9.

prin-

principio reuolutionis superat quatuor angulos rectos: & ideo totus motus ab eo factus constat ex integro circulo, & ex portione eiusdem secundi circuli in coati. Et sic vlterius.

PROPOSITIO IV. *Tab. V. Fig.* 4. 5. & 6. Spatium spirale Primum, vel quodlibet aliud siue eius portio AFGRA tertia pars est circuli primi vel alterius, aut sectoris BDR A id comprehendentis.

Sumatur recta a b æqualis radio circuli AB; b r æqualis sit peripheriæ BDR sectoris, vel circuli primi in spirali prima, duplo secundi circuli in spirali secunda, & sic vlterius; sitque a b perpendicularis ad b r, compleaturque triangulum a b r, erit a id æqualæ circulo, vel circulis, vel sectori ABDR; & cōpleatur rectangulum a p r b, & axe p a ordinata p r b describatur Parabola a f r, quam tanget a b parallela basi p r; & sectis AB, a b vbicumque in H & h vt HB, h b sint æquales, ducantur centro A arcus HFV, & recta h f u par-la basi b r. & quia in trilineis altitudines AB, & a b æquales sunt, pariterque AH, æqualis est a h. ergo o b tri-lorum a b r, a h u, & circulorū vel sectorum ABDR & AHFV similitudinem, & æqualitatem basium BDR & b d r c arcus HFV

a *circ. mensura* 1.

b *conic.* 35. et 11.

c IV. *ex* 4. & V 14.

d circ. dim. 1. HFV æqualis eſt rectæ h fu, & d circulus vel ſector HFVA æqualis erit tri-gulo a h u. Poſtea (ob pa- e conic. ex 21. rabolam) e vt tangens a b ad a h poteſtate, ita eſt longitudine b r ad h f huius 3. f; & in ſpirali f vt AB ad AH, ſeu vt a b ad a h poteſtate, ſic eſt longitudine peripheria BDR ad HF, cum ſint in duplicata ratione. ergo BDR ad HF eſt vt b d r ad h f; & ſunt BDR, b d r æquales, igitur peripheria HF æqualis eſt rectæ h f. Quapropter ſunt duæ figuræ trilineæ cauæ ABRFA circulari baſe, & a b r f a baſe directa, quarum altitudines, & baſes æquales ſunt & lineæ HF, h f, parallelæ baſibus vbicumque ductæ ſunt interſe æquales. g huius def. 11. ergo g trilinea caua ſunt æqualiter analoga. & ideò trilinea h ſuperfi- h hui. 2 cies ABRFA æqualis eſt ſpatio a b r i. quad. par. ex 4. f a. oſtenſum autem fuit i triangulum rectilineum a b r ſexquialterum trilinei a b r f a, ergo circulus vel ſector ABDR, qui æqualis erat triangulo a b r erit quoque ſexquialterum trilinei ſpiralis: & per conuerſionem rationis circulus vel ſector BDRA triplus erit ſpatij ſpiralis A FGRA. Quod erat &c.

Corollarium. Hinc patet ſimilitudo, & transformatio ſpatij ſpiralis in ſegmentum Parabolæ.

PRO-

PROPOSITIO V. Tab. V. Fig. 5. 4. Si fuerit spatium spirale carens principio comprehensum, à radijs AF, & AG, & à spirali FG, & sint 4 continuè pro-nales a f, a g, a x, a z in ratione AF ad AG, & y sit triens differentiæ fz. Dico quod sector GAP ad sibi inclusum spatium spirale truncatum eandem rationem habet quam x.z ad y.

Quia a sector HAF ad ei similem sectorem LAP duplicatam rationem habet radij AF ad AP, seu AG, & proinde sector HAF ad LAP erit vt af ad ax tertiam proportionalem, & sector PAL ad sectorem LPGA est b vt basis LP ad LG, seu vt af ad ag, seu vt ax ad az; ergo ex æquo sector HAF ad sectorem LPGA erit vt af ad az: & in eadem ratione erunt trientes eorundem sectorum, scilicet c spirale spatium AFA ad spirale AFGA. ergo diuidendo spirale spatium AFA ad spirale truncatum sub rectis FA, AG & spira GF contentum, erit vt af ad fz, vel vt triens ipsius af ad trientem alterius fz, seu ad y. Postea quia d sector GPLA ad sectorem PAL est vt recta GA ad AF, seu vt za ad xa, diuidendo GAP ed PAL erit vt zx ad xa, & sector PAL ad FAH ei simile est vt xa ad af, atque sector FAH ad contentum spirale AFA est vt af

a V. ex 11. et 12.

b V. 18

c hui. 4.

d V. ex 15.

ad eius trientem. ergo ex æquo sector GAP ad spirala spatium AFA erit vt z x ad trientem ipsius a f. Sed prius spirale spatium AFA ad spirale truncatum fuit vt triens a f ad y. igitur ex æquo sector GAP ad compræhensum spirale spatium truncatum se habet vt z x ad y: Quod &c.

Corollarium. Hinc deducitur quod spatium spirale secundum ad circulum secundum eandem proportionem habet quam 7 ad 12.

Quia si radius primi circuli sit 3 partes qualium radius secundi circuli sit 6 partes, erunt duo sequentes termini proportionales 12 & 24. eritque extremorum 3 & 24. differentia 21, & huius triens 7; & differentia postremorum 12 & 24. erit 12.

Similiter spatium spirale tertium ad circulum tertium erit vt 19 ad 27. positis enim quatuor continuè proportionalibus in ratione subsexquialtera 24, 36. 54. 81. erit triens differentiæ extremorum 19. & differentia postremorum erit 27.

Et spatium spirale quartum ad circulum quartum erit vt 37 ad 48. Nam positis quatuor proportionalibus in ratione subsexquitertia. 81. 108. 144. 192 erit triens differentiæ extremorum 37. & differentia postremorum 48.

Et

Et spatium spirale quintum ad circulum quintum erit vt 61. ad 75. quia positis quatuor proportionalibus in ratione sub sexquiquarta 192. 240. 300. 375. erit triens differentiæ extremorum 61, & differentia duorum postremorum 75.

Et eadem methodo reliqua reperiri possunt.

PROPOSITIO VI. *Tab. V. Fig.* 7. In circulo HEF, cuius diameter EF: applicata GH ei parallela, & ideo minor diametro; & ex centro ducta sit perpendicularis AB ad GH; & HC tangens circulum HFE, in H. Dico quod quælibet recta AN ex centro A ducta ad partes F efficiet segmentum NO inter GH, & conuexam peripheriam, quæ ad ad arcum circuli OH maiorem rationem habet quam BH ad BA.

Quia BH parallela est AC *a* erunt alterni anguli BHA & HAC æquales, & anguli B & AHC sunt recti. ergo *b* similia sunt triangula HBA & AHC; & ideo AH ad HC est vt HB ad BA: estque AR maior quam AH, & RC minor quam HC. Ergo *c* AR, ad RC, seu *d* NR ad RH maiorem rationem habet quam AH ad HC, seu quam HB ad BA. Cumque NO maior sit, quam NR: & arcus circuli HO sit minor tangente HR. Igitur NO ad arcum OH

a I. 15.
b IV. 4.
c III. 2.
d IV. 4.

OH maiorem proportionem habet quam NR ad RH: & proinde NO ad arcum OH multò maiorem rationem habebit, quàm HB ad BA. Quod &c.

PROPOSITIO VII. Tab. V. Fig. 8. Iisdem positis: Dico quod quælibet recta ANR ducta ex centro A ad partes B efficit segmentum NO inter GH, & cauam peripheriam interceptum, quod ad arcum circuli OH minorem rationem habet quam HB ad BA.

Ducatur HS parallela RA, erit a HS, seu ei æqualis NA. minor
a II.11. quam radius AO, seu quam radius AH. Quare SH ad HC, seu b N
b IV.4. et III. 2. R ad RH minorem rationem habet quam AH ad HC, seu c quam H
c ex præced. B ad BA. Et ducta RV parallela rectæ OH secante NH in V: erit
d I.20. RV d maior quam circulum tangens RH, ob angulum obtusum RHV.
e IV.4. Et proinde NR ad RV, seu e NO ad OH minorem rationem habebit quam NR ad RH. Estque arcus OH maior recta subtensa OH. Ergo
f III.2. f NO ad arcum OH est in minori ratione quam NO ad rectā HO, ideoq; NO ad arcum OH est in minori ratione quam NR, ad RH; Et fuit NR ad RH in minori ratione quam HB ad BA. Igitur multo magis NO ad arcum OH minorem proportionem habebit quam HB ad BA. Quod &c.

LEM-

LEMMA. *Tab. V. Fig. 9.* Si recta H Q tetigerit circulum HGE in H, occurrens radio AF in Q, & secta tangentis portione HS: Dico quod alicuius rectæ HR à puncto H incidentis inter puncta F & Q, portio ZR æqualis esse potest HS.

Intelligatur tangens HQ translata circa punctum H versus F. Patet quod lineæ motæ portio ZR intercepta à peripheria HF & à recta FQ continenter minuitur quousque in F omnino deficiat. ergo in transitu intermedio possibile est vt RZ æqualis sit HS & tendat ad H.

PROPOSITIO VIII. Iisdem positis *eadem fig. 9.* Si per H extra circulum inter GHN, & conuexam circuli peripheriam ad partes diametri EZ ducatur IH, quæ circulum secet in HK. Duci poterit recta linea ad centrum A pertingens, cuius portio inter HI, & peripheriam comprehensa ad peripheriam interceptam minorem rationem habeat quam HB ad BA.

Ducatur AL perpendicularis ad KH, & ex centro A ducatur AQ parallela ipsi KHI. Patet quod H L ad LA minorem rationem habet quam HB ad BA (eo quod *a* subtensa HK minor est quam HG, & ideo eius semissis HL minor erit quã HB, a III. 2. & IL. 11. 19.

HB, & distantia LA à centro maior est quam BA): & ducta *b* HQ tangente circulum in H, & occurrente ipsi AQ, æquidistante LHI, in Q: erit *c* AH, ad HQ, vt HL ad LA, ob similitudinem triangulorum HLA, & AHQ. Et fiat AH ad HS vt HB ad BA: & *d* intelligatur ducta RZ æqualis HS pertingens ad H; iungaturque AXZ. Ostendendum est XZ ad arcum ZH minorem rationem habere quam HB ad BA. Quia vt HB ad BA, ita est AH ad HS, seu AZ ad ZR; & *e* XZ ad ZH. Et *f* XZ ad arcum ZH minorem rationem habet quam ad rectam ZH. Ergo XZ ad arcum ZH minorem rationem habebit quam BH ad BA. Quod &c.

b II.21
c huius ex 6.
d lem. praec.
e IV.4.
f III.3.

PROPOSITIO IX. *Tab. V. Fig. 10.* Iisdem positis. Si per H intra circulum inter GH, & centrum A ducatur KH. Duci poterit recta ad centrum pertingens, cuius portio inter HK, & peripheriam circuli ad interceptam peripheriam maiorem rationem habeat quam HB ad BA.

Ducatur AQ parallela KH, iungaturque AH, & vt *a* BH ad HA ita fiat AH ad AQ; & à puncto Q *b* ducatur tangens QZ circulum in Z, iungaturque radius ZA secans HK in X. Et quia vt BH ab HA ita est HA, seu ZA ad AQ. erit *c* quadratum

a IV.11
b II.22
c IV.18

tum BH ad quadratum HA vt quadratum ZA ad qua-tum AQ; & per conuersionem rationis (in triangulis rectangulis) *d* qua-tum HB ad qua-tum BA erit vt qua-tum ZA ad qua-tum ZQ & ita erit AZ ad ZQ seu *e* XZ ad ZR vt HB ad BA; estque arcus ZH minor quam ZR. ergo *f* XZ ad arcum ZH maiorem rationem habet, quam HB ad BA. Quod &c.

d V.18.
e IV.4.
e{18.}
f III.2

PROPOSITIO X. *Tab. V. Fig.* 11. Si in spirali ABCDH ad radium AH ducatur AF perpendicularis ex centro circuli HGOR: sitque AF æqualis peripheriæ circuli primi in spirali prima, vel reuolutioni radij in extremo circulo factæ a radio, vel sit æqualis peripheriæ sectoris circuli descripti à radio ad terminum portionis spiralis ductæ; & coniungatur recta FH. Dico FH tangere spiralem in puncto H.

A quolibet puncto N retæ FGN extra triangulum HFA sumpto ducatur recta ARN secans circulum HOH in R, & spiralem in Q. Et quia in triangulo HAF rectangulo in A, est *a* angulus AHF acutus certè HF secabit circulum in H, & G, & HG bissecta in S: iungatur SA: & hæc *b* erit perpendicularis ad HG. Quare *c* HS ad SA erit, vt HA ad AF, ob similitudinum triangulorum

a I. 18
et II.2
b II. 2.
c IV.4.

rum

d hui.6 rum. Postea d NR ad arcum RH est in maiori ratione quam HS, ad SA, seu quam AH ad AF: permutando NR ad AH, vel ad AR erit in maiori ratione quam arcus RH ad AF, seu ad ei æqualem circuli peripheriam HOH. Et componendo NA ad AR, vel ad AH erit in maiori ratione quam arcus RHOH ad
e huius ex 3. arcum HOH, seu e quam QA ad H
f III.5. A. Igitur f NA maior est quam QA. Et ideo punctum N cadit extra spiralem.

Similiter à quolibet puncto n in recta HF sumpto ad partes G ducatur
g hui.7 recta A n r: erit g n r ad arcum r H in minori ratione quam HS ad S
h IV.4. A, seu h quam HA ad AF. Permutando n r ad HA, seu ad r A in minori ratione erit quam arcus r H ad AF, seu ad ei æqualem peripheri-
i III ex 9.13.14 cor. am HOH. Et per i conuersionem rationis inuersam HA ad n A minorem rationem habebit quam arcus
l hui.3. HOH, ad arcum r OH, seu l quam
m III.5 HA ad q A. Ergo m n A maior est quam q A. Et ideo n punctum cadit extra spiralem: proindeque tota recta linea NHF cadit extra spiralem, & ideo eam solummodo tanget in vnico puncto H.

Dico preterea quod in spatio à tangente NH, & linea spirali HQ contento aliqua recta linea, vt est TXH duci non potest.

Quia

Quia per H extra circulum RH G, & infra rectam HN ducta est recta HT: ergo n duci potest recta XA ad centrum pertingens secans circulum in Z, & spiralem in V, ita vt XZ ad arcum ZH minorem rationem habeat, quam HS ad SA, seu o quam HA ad AF, seu ad ei æqualem peripheriam HOH. Et permutando, componendoque XA ad ZA, seu ad HA minorem rationem habebit quam arcus ZHOH ad arcum HOH, seu p quam VA ad eandem HA; & proinde q XA minor erit quam VA. Quare punctum X in recta TXH existens cadit infra punctum spiralis V versus centrum; & ideo spiralem secare debuit recta TXH.

n hui. 8.
o IV. 4.
p hui. 3.
q III. 6.

Simili modo per propositionem 9. huius ostendetur quod inter tangentem HF, & spiralem HD ad partes concursus F, nulla recta linea ad punctum contactus H duci potest, quin spiralem ipsam secet. Quod &c.

AR-

ARCHIMEDIS

DE

CONOIDIBVS ET SPÆROIDIBVS.

QVæ demonſtrantur in egregio libro Archimedis de conoidibus non ſine difficultate, & diuturno ſtudio ſe inueniſſe fatetur ipſemet Archimedes in epiſtola ad Doſitheum. hæc quoque theoremata diuerſa methodo longe faciliori puto me demonſtraſſe.

DEFINITIONES.

I. Si parabola, hyperbola, aut ellipſis rectę manente axe circunducatur, quouſque redeat in locum à quo diſceſſerat. Vocabo ſolidum genitum *Conoidem parabolicum* quod à parabola gignitur. *Hiperbolicum conoide*, quod ab hyperbola. Et *ſpharaidem* quod ab Ellipſi producitur.

II. Et vniuſcuiuſque *Vertex* erit idem punctum ſupremum axis figuræ genitricis.

III. *Baſis* vero erit circulus genitus à reuolutione baſis ſectionis conicæ genitricis erectæ ad axim.

Due

Duo conoides, aut duo ſphæroides *ſimiles* interſe ſunt, quæ fiunt à ſimilibus figuris genitricibus. IV.

Duæ portiones conoidum, uel ſphæroidũ ſimiles interſe ſunt ſi baſes fuerint circuli, vel ellipſes ſimiles, & axes ſimiliter ad baſium homologas diametros inclinati eandem ad eas proportionem habuerint. V.

PROPOSITIO I. *Tab. V. Fig.* 12. In parabola ABM ſit X latus rectum diametri HBK, & Z ſit latus rectum diametri FCG, ducanturque tangentes verticales BF, CH, ſe ſecantes in N. Dico quod quadratum BN ad quadratum NC eſt vt X ad Z.

A punctis verticalibus B & C ducantur ordinatim applicatæ BGM, CKA ad diametros, nempe parallelæ tangentibus CH, BF, & *a* diametri parallelæ ſunt in parabola, a conic. 21.
ergo *b* in parallelogramo KF, eſt b I. 26.
BK æqualis FC; ſuntque ſegmenta *c* c conic.
HB, BK æqualia facta à tangente 33.&
CH & ordinata CK. igitur FC æqualis eſt HB. & eadem ratione GC æqualis eſt BK. quare rectangulum KBX, ſeu *d* ei æquale quadratum KC, vel BF ad rec-lum GCZ, d con. 23.
ſeu ad ei æquale qua-tum GB, vel CH eandem *e* pro-tionem habebit e IV. 1.
quam latus rectum X ad latus re-

ctum

ctum Z, nempe vt baſes rectangulorũ æqualium altitudinum KB, GC. & quia duo latera HB, FC homologa ſunt æqualia & par-la in-
f IV.4. tri-lis ſimilibus, ergo f BN ipſi NF, nec non HN ipſi NC æquale erit,
g IV.18 & ideo g qua-tum BN ad qua-tum NC erit vt quadratum duplæ BF ad quadratum duplæ HC, ſeu vt latus rectum X ad latus rectum Z quod erat. &c.

PROPOSITIO II. *Tab. V. Fig.* 13. Si eiuſdem ſpatij parabolici AID duo ſegmenta ABC & DEF habuerint diametros BG, FM æquales. Dico quod ſegmenta ſunt æqualia interſe.

a conic. 38. et 11 Ducatur parabolæ a axis OK, in quo fiat abſciſſa IK æqualis BG, ſeu EH, & ducantur ordinata MKR, & tangens BN, quæ occurat IN in N, & axi in O; & AP ſit perpendicularis ſuper BG productam in P, & iungantur rectæ AB, BC, IM, IR;
b conic. def. 15. b ſitque, X latus rectum diametri BG, & Z ſit latus rectum diametri, ſeu axis IK. Et quia vt qua-tum tan-
c conic. ex 32. IV. 4. gentis BN ſeu c æqualis NO ad quadratum tangentis NI, ſeu vt quadratum GA ad qua-tum AP (ob ſimilitudinem tri-lorum ONI, & GAP)
d huius d ita eſt latus rectum X ad latus rectum Z; & ob æqualitatem
e IV, ex 1. abſciſſarum BG, IK e, vt latus re-

ctum

ctum X ad Z ita est qua-tum AG ad qua-tum KM. ergo quadratum GA eandem rationem habet ad duo quadrata ex AP & ex KM, & ideo *f* AP æqualis est KM, & sunt ambo perpendiculares AP ad basim BG productam, & *g* MK ad axim IK. ergo *h* triangula AGB & MIK æquè alta & super æquales bases BG, IK constituta æqualia interse erunt; & eorum dupla tri-la ABC, MIR æqualia quoque erunt. & insuper *i* segmenta parabolica ABC, MIR quæ illorum triangulorum inscriptorum sexquitertia sunt, æqualia interse erunt. Eodem progressu ostendetur segmentum parabolicum DEF æquale eidem segmento MIR. Quapropter segmenta ABC & DEF erunt interse æqualia. Quod &c. f III.4. g conic. ex 38. h IV.1. i quad. par. 4.

PROPOSITIO III. *Tab. V. Fig.* 14. Si circuli ABCD diameter AC fuerit axis maior alicuius ellipsis AECF. Dico quod elypsis ad circulum est vt minor axis eius EF ad circuli diametrum BD.

Ducatur quælibet ordinatim applicata HMI seu par-la basi BG in quadrãtibus circuli BAG & ellipsis EAG. In eisdem figuris *a* vt rectangulum CGA ad rec-lum CIA, ita est qua-tum basi s BG ad quadratum ordinatæ HI, sicquoque in elipsi quadratum EG est ad qua-tum MI. igitur *b* eorundem quadratorum a conic. 22. b IV.18

rum latera sunt proportionalia, scilicet BG ad HI est EG ad MI, & permutando vt BG ad EG, ita est HI ad MI, & sic quælibet aliæ ordinatæ vbicumque ductæ fuerint: quare duæ *c* figuræ BAG, & EAG æquæ altæ sunt proportionaliter analogæ & ideo quadrans circuli BAC ad quadrantem ellipsis EAG erit vt basis BG ad basim EG, seu vt diameter BD ad diametrum FE. idemque ostendetur de reliquis quadrantibus quare circulus ABCD ad ellipsim AECF erit vt BC ad EF quare &c.

c quad. par. def. 2. et 2.

PROPOSITIO IV. *Tab. V. Fig.* 15. Duæ quælibet Ellipses ABCD ad EFGH, sunt interse vt rectangulum sub AC in BD ad rectangulum BG in FH sub axibus contenta.

Circa diametros maiores AC, EG describantur duo circuli AKC & ELG. Quia *a* ellipsis ABC ad circulum AKC est vt BD ad AC, seu (sumpta communi altitudine AC) vt *b* rectangulum BD in AC ad qua-tum AC; estque *c* circulus AKC ad circulum ELG vt qua-tum AC ad qua-tū EG; circulus *d* vero ELG ad ellipsim EFG se habet vt quatum EG ad rectangulum ex EG in FH. ergo ex æqualitate ellipsis ABC ad ellipsim EFG eandem rationem habet quam rectangulum AC in BD ad rectangulum EG in FH. Quod &c.

a hui. 3.
b IV. 1.
c V. 12.
d hui. 3.

Co-

Corollarium. Hinc deducitur quod similes ellipſes ſe habẽt vt quadrata axium maiorum interſe, vel axium minorum.

Quia *e* ſimiles ellipſes habent axes proportionales, & ideo *f* quadrata homologorum axium erunt interſe vt rec-la ſub axibus proportionalibus contenta. *e huius def. 4. f IV. 18*

PROPOSITIO V. *Tab. V. Fig.* 16, 17. 18. Si conoides aut ſphæroides ABC ſecetur plano per axim ducto. Dico quod ſectio RBS erit ſimilis & æqualis eidem genitrici figuræ ABC. & ſi ſecetur plano parallelo baſi AC ſectio IRL circulus erit.

Quia ſectio RBS per axim AD facta coincidit & congruit cum ſectione ABC genitrice conoidis vel ſphæroidis; & ideo, ſimilis & æqualis erit illi. Quod vero ſectio *a* IRL parallela baſi AC ſit circulus deducitur ex alibi oſtenſis. *a VI. ex 34. et conic. 10*

PROPOSITIO VI. *Tab. V. Fig. eiſdem.* Si conoides, aut ſphæroides ABC ſecetur plano FEH æquidiſtanti axi BD. Dico quod ſectio erit ſimilis figuræ genitrici, & præterea in parabolico ſectio æqualis erit parabolæ genitricis portioni.

Ducatur planum RBS æquidistans plano FEH quod in parabolico conoide *a* efficiet parabolam RBS;& à quolibet puncto F lectionis FEH ducatur planum perpendiculare ad axim BD,quod efficiet circulum IFRLSH cuius centrum K, & *b* diameter IL secabit bifariam & perpendiculariter rectas FH, RS in G & K, cum *c* sint communes sectiones planorum æquidistantium FEH, RBS perpendicularium ad ABC factæ à per-lari plano circuli IRL. tandem fiat axis abscissa BM æqualis EG, & per M applicetur ordinata NO par-la ipsis RS, FH. Et quia in parabola ABC*d* vt BK ad EG ita est rec-lum LKI ad rectangulum LGI, seu *e* qua-tum KR ad qua-tum GF, ob semicirculum, sed in parabola RBS *f* vt eadem BK ad BM ita est idem quadratum KR ad qua-tum MN. ergo sicuti EG, BM æquales factæ fuerunt, sic *g* pariter potentia & longitudine æquales erunt GF & MN. & sunt anguli EGF, BMN æquales,nempe recti, igitur facta intellectuali super positione puncta FEHG congruent punctis NBOM. Similiter alia puncta sectionis FEH congruent correlatiuis punctis parabolæ NBO; & proinde figura FEH congruens ipsi NBO erit quoque ei æqualis & similis.

a hui.5.
b II.2.
c VI.8. 9. cor.
d conic. ex 21.
e IV. ex 9. et 14 cor. 2.
f con.21
g IV.18

In conoide postea hyperbolico, & sphæroide facta eadem construone producatur latus transuersum BM, & ei æquidistans GEN vsque ad sectionem MN oppositam hyperbolæ ABC per axim ductæ, & latus rectum axis BD sit BO. Quia *h* rec-gulum NGE ad rec-lum IGL seu ad ei æquale quadratum GF, ob semicirculum, eandem rationem habet quam latus transuersum MB ad rectum BO, seù *i* quam rec-lum MkB ad qua-tum KL, vel KR (ex centro k circuli IRL ductis) & sic semper a quocunque puncto sectionis FEH ducatur ad axim EG ordinatim applicata par-la FG. Ergo sectio *l* FEH hyperboles vel ellipsis est similis ipsi RBS per axim ductæ, vel figuræ genitrici ABC. quod &c.

h Conic.35.

i Conic. 24.

l Conic. Def.19. 20.

PROPOSITIO VII. *Tab. V. Fig. 19.* In conoide hyperbolico ABC planum RFH per cẽtrum R hyperboles genenitricis ABC ductum: efficit hyperbolam non similem genitrici.

Per duo quælibet puncta F, R ducantur duo plana erecta ad axim MB, quæ *a* efficient circulos quorum diametri DC, IL sunt interse par-læ & per-lariter & bifariam secantes RH, FG productas, quę proinde par-læ quoque interse e-

a hui.5 et ex 6.

runt & per-lares ad sectionis diametrum EH in eodem subiecto plano ACB existentem. Ducantur *b* postea per E & B tangentes hyperbolam ABC occurrentes in V & per G, H rectæ AP, KO par-læ tangenti EV & id eo ordinatim applicatę ad diametrum EH, & bifariam sectæ in H, G. Quia *c* vt qua-tum EV ad qua-tum VB ita est rec-lum AHP, seu qua-tum AH ad rec-lum DHC, seu *d* ad qua-tũ HR ob semicirculum DRC; & sic quoque se habet qua-tum KG ad rec-lum IGL seu ad qua-tum GF. ergo permutãdo qua-tum AH ad qua-tum KG, seu *e* rec-lum NHE ad rec-lum NGE ita est qua-tum RH ad qua-tum FG. Quare *f* figura EFR hyperbole est. Postea per E ducto plano par-lo axi MBX & per-lari ad planum hyperboles DBC efficiet *g* aliam hyperbolam EST similem figuræ genitrici, cuius vertex E, basis ST in circulo IFL designata, cuius transuersum latus erit QE par-lum axi MX. Et quia latus transuersum NE maius est quam QE, sicuti ER *h* semissis illius maior est quam EZ secta ab RZ per-lari ad QE, & obliquè incidens, & sic EG maior est quam ES per-laris ad GS; ergo rec-gulum NGE maius est rec-lo QSE, verum qua-tum *i* GF minus est qua-to ST centro

b coni. 11. *d conic. 42.* *d IV. ex 9. et 14. cor. 2.* *e conic. 22.* *f ex eadem.* *g hui. 6* *h l. 20.* *i II. 11.*

cto X circuli ITL proximiori. Ergo rec-gulum NGE ad qua-tum GF, l conic. seu latus transuersum ad rectum 24. hyperboles EFG maiorem ratione habet, quam rec-lum QSE ad qua-tum ST, seu quam latus transuersum ad rectum hyperboles ETS. quapropter *m* hyperbolæ FEG & TES m coni. def. 19. 20. non sunt similes, quæ &c.

PROPOSITIO VIII. *Tab. V. Fig.* 20. Si Conoides hyperbolicus BAC contineatur à cono EDF ab asymptotis descripto, & secetur à plano AIX par-lo plano DF3 tangente conum. Dico quod sectio AX4 Parabola est similis parabolæ GV quæ in cono efficitur.

A puncto contactus F ducatur circuli EVF diameter FE, quæ *a* a II. 2. et 2. cum sit per-laris ad tangentem F3 erit quoque per-laris ad VI par-lam eidem tangenti; & planum tri-li DEF per axim coni ducti *b* effi- b coni. ex 25. ciet in parabola GV diametrum GI cuius *c* latus rectum sit GR. Et quia c coni. def. 11. qua-tum *d* VI, ob semi circulum, æquale est rec-lo EIF, quod ob para- d IV. ex 9. et 14. cor. 2. bolam æquale *e* est rec-gulo IGR. Ergo æqualia rec-la EIF & IGR sunt e conic. 23. reciproca, *f* & ideo vt EI ad IG, seu f IV. 14. et 4. OA ad AG (ob similitudinem tri-lorum) ita est RG ad IF, seu ad g IV. 14 cor. 1. huic equalem AP (ob par-mum AF) quare rec-gulum *g* OAP sub

extremis 4 pro-nalium æquale est rec-lo AGR sub intermedijs contentum; & erat qua-tum VI æquale
h IV. ex 1. rectangulo IGR, seu *h* rec-lo IA in
iIV.22. cor. GR vna cum rec-lo AGR: pariterque idem *i* qua-tum VI æquale est qua-to IX vna cum rec-lo 4VX, seu
l IV. 22. *l* rec-lo ZTX, vel potius rec-lo BFC, ob circulum; & hoc postre-
m con. 44. mum *m* æquale est rec-lo OAP, ob asymptotos; ergo rec-lum IA in GR vna cum AGR æquantur quato IX vna cum rec-lo OAP; & ostensa sunt rec-la OAP, & AGR æqualia. Igitur qua-tum IX æquale est rec-lo IA in GR. eadem ratione qua-tum HS æquale erit rec-lo HA in GR; quare permutando qua-tum IX ad qua-tum HS erit vt rec-lum IA in GR ad rec-lum HA in GR, seu quam abscissa IA ad
n conic. 23. abscissam HA. Quapropter *n* puncta X, S, A sunt in parabola cuius diameter IA & latus rectum est RG, quod fuerat quoque latus rectum
o con. def. 19. 29. parabolæ VQG. proindeque *o* æqualis & similis esse potest parabolæ in cono genitæ. quod &c.

PROPOSITIO IX. *Tab. V. Fig.* 21. Si conoides vel sphæroides ABCH secetur plano ENH neque erecto, neque par-lo axi, dummodo in hyperbolico efficiat sectionem rotundam. Dico quod sectio erit Ellipsis.

Du-

Ducatur per axim planum ABC per lare ad planum ENH, & per quælibet puncta F, N in peripheria sectionis sumpta extendantur duo plana NAC, & FKL par-la interse & per-laria ad planum figuræ ABC. patet *a* rectas AC, KL esse circulorum diametros interse æquidistantes & bifariam & perpendiculariter secare rectas NM, FG productas in circulis, & in sectione ENH applicatas interse par-las, & proinde recta EGH diameter erit sectionis ENH. Tandem in figura genitrice ABC ducantur *b* duæ tangentes BO, IO par-læ applicatis AC & EH sibi occurrentes in O. & ideo *c* re-clum HME ad rec-lum CMA, seu ad qua-tum MN, ob semicirculum, erit vt qua-tum tangentis IO ad qua-tum tangentis OB. eadem ratione rec-lum HGE ad rec-lum LGK, seu ad qua-tum GF erit vt idem qua-tum IO ad idem qua-tum OB, ergo vt rec-glum HME ad qua-tum MN, ita est rec-tum HGE ad qua-tū GF; cumq; hoc semper verum sit erit *d* figura rotunda ENH ellipsis, cum rec-lum HME inæqualesit rec-lo CMA, sicuti *e* IO non est æqualis OB tangenti verticem axis B. quare &c.

a ex *huius* 8.

b conic. 11.

c conic. 42.

d conic. 22.

e ex conic. 40.

Corollarium I. Constat ex tribus præmissis propositionibus quod in

omnibus figuris ſectiones factæ à planis æquidiſtantibus interſe ſunt ſimiles.

Corollarium II. Præterea colligitur hæc inſignis proprietas horum ſolidorum. Primo quod in ſphæra vnica ſectio gigni poteſt, nempe circulus. 2. In ſpheroide duæ, circulus & ellipſis. 3. in conoide parabolico tres, circulus, ellipſis & parabola 4. in conoide hyperbolico quatuor, circulus, ellipſis, hyperbola & parabola. 5. in cono quinque ſectiones gigni poſſunt, circulus, ellipſis, parabola, hyperbola & triangulus.

PROPOSITIO X. *Tab. V. Fig.* 22. Conoides parabolicus AHBCP, vel eius portio ſemiſſis eſt Cylindri EACF, vel columnaris ſolidi eum comprahendentis; & eſt ſexqui alter coni ABCPeandem baſim ACP, eundemque axem BD habentium.

Secentur omnes figuræ ſolidæ plano per communem axim BD ducto, quod efficiet in cylindro par-grammum EACF, in conoide
a *lxi.* a parabolam AHBC, cuius diame-
5. ter BD, & in cono tri-lum AIBOC; & ducto vbicumque plano HNR ſolida acuminata ſecante par-lo cōmuni baſi APC efficiet in conoide & cono circulos, vel ellipſes HRN, ISQ,

ISO, & rectæ HL, AD erunt ordinatim ad diametrum AD parabolæ applicatæ, in qua *b* vt abscissa DB ad BL ita erit qua-tũ AD ad qua-tũ HL, seu *c* circulus APC ad circulũ HRN; & in tri-lo BAC vt BD ad BL ita est recta AC ad IO. ergo vt circulus APC ad circulum HRN in conoide, ita est recta AC ad IO in tri-lo, quare *d* cylinder EAPCF ad conoidem AHBPC, nec non par-grammum EC ad tri-lum BAC sunt pro-naliter analogæ, æquè altæ & super easdem bases constitutæ. igitur *e* conoides AH BCP ad comprahendentem cylindrum EAPCF eandem rationem habet quam tri-lum ABC ad par-mum continentem EC: estque *f* tri-lum ABC semissis par-mi EC. ergo conoides AHBC semissis est cylindri EAFCP; & ideo qualium partium cylinder est 6 erit conoides 3 partes; estque *g* conus triens cylyndri continentis. igitur conoides sexqui alter est coni. quod &c.

b conic. 21.

c V. 12.

d quad. par. def. 3.

e & ex 3. eius.

f I. 26.

g VI. 29.

PROPOSITIO XI. *Tab. V. Fig.* 23. Eiusdem conoidis parabolici ABC, si portionis CBE axis BD per-laris ad circulum basis CE fuerit æqualis axi LH inclinato ad ellipsis basim ARF alterius portionis ALF. Dico portiones CBE, & ALF æquales esse interse.

a *hui.5.* Ducto plano per vtrosque axes designabit *a* genitricem parabolam CBA; & per H ducto plano ORP per-lari ad planum CBA & ad axim BD, erit figura ORP circulus cuius diameter OHP, & secet
b *con.* talis circulus basim conoidis ALF in
22. recta RS, quæ *b* bifariã secabitur in centro H basis, constituto in infimo termino axis LH. quare circuli diameter O P bifariam secat rectam
c *II.2.* R S in eo applicatam; & ideo *c*
d *coni.* ad augulos rectos. & ductis *d* tan-
11. gentibus verticalibus BI, LI occurrens axi DB in M, & LN per-lari ad AF, atque AG per-lari ad
e *conic.* LHG. & quia in parabola ABC *e*
42. vt qua-tum tangentis LI, seu ei æqualis MI ad qua-tum BI, ita est rectangulum AHF ad rec-lum OHP, seu qua-tum AH ad qua-tum HR (ob semicirculum); & ostensa
f *hui.2.* fuit *f* AH ad AG, vt MI ad IB. ergo qua-tum AH eandem pro-nem habet ad qua-tum HR, atque ad
g *eadẽ* qua-tum GA, seu *g* ad ei æquale
ex. qua-tum DE, quæ æqualis est
h *hui* AG. Cumque ellipsis *h* ARFS ad
ex 3. 4. circulum CE sit vt rec-lum AHR, seu ei æquale rec-lum AH in DE
i *IV. 1.* ad qua-tum DE, vel potius *i* vt
4. AH ad DE vel ad AG (ob altitudines æquales AG DE): estque LH ad LN vt HA ad AG (ob similitudinem tri-lorum AGH & LNH)

LNH) ergo ellipsis ARFS ad circulū CE se habet vt LH, seu ei æqualis BD ad LN. Quare ellipsis ARF quæ est basis coni LAF ad circulum CE basis coni BCE est reciprocè vt altitudo BD ad LN altitudinem alterius coni. & ideo *l* conus BCE æqualis est cono LAF; & proinde *m* conoides BCE & LAF qui sexquialteri sunt eorundem conorum ab illis compræhensorum æquales quoque inter se erunt. quod &c. l VI. 32. m huius 10.

PROPOSITIO XII. *Tab. V. Fig.* 24. In conoide parabolico CBE vna eius portio ALF ad aliam portionem OMP se habet vt qua-tum axis LG illius ad huius axis MN qua-tum.

In conoidis axi BD, quę per-laris est ad eius basim CE, secetur BH æqualis LG axi conoidis ALF, & BD fiat æqualis alterius axi MN, & per H, D ducantur plana IK, CE per-laria ad axim BD, & fiant coni CBE, IBK. Quia in parabola genitrice CBE *a* vt abscissa DB ad BH ita est qua-tum CD ad qua-tum IH, seu *b* circulus CE ad circulum IK; estque *c* pro-tio coni CBE ad conum IBK composita ex ratione circuli basis CE ad circuli basim Ik, seu ex ratione DB ad BH, & ex ratione altitudinis DB a conic. 21. b V.12. c VI.31.

ad altitudinem B H, quæ duæ
d IV. 17. pro-nes *d* componunt pro-nem quati DB ad qua-tum BH; & ean-
e *hui*.10 dem rationem habent conoides com-
f *hui*.11 præhendentes *e* qui ſexquialteri ſunt eorundem conorum; eſtque *f* conoides ALF æqualis conoidi BIK, & conoides OMP æqualis conoidi CBE. Ergo conoides ALF ad conoidem OMP ſe habet vt quadratum BH, ſeu LG ei æquale ad quadratum BD, ſeu ex MN. Quod &c.

DEFINITIO VI. *Tab. V. Fig.* 25. Priſma triangulare ABCDEF deficiens pyramide triangulari GD
VII. EF, ſcilicet ſolidum ABCDEG vocetur *Priſmatrapetium*.

Et trium laterum æquidiſtantium AG, BE, CD illud quod decurta-
VIII. tū eſt nempe AG vocetur *Acies* eius.

Et parallelogramum BD à reliquis lateribus parallelis compræhenſumvocetur *baſis* priſmatrapetij.

IX. Et BE parallela aciei vocetur *maior* longitudo, & BC minor eiuſdem baſis.

PROPOSITIO XIII. *Tab. V. Fig.* 26. Si priſmatrapetium ABDG, & pyramis ABCDE habuerint eandem baſim par-mam BD, eandemque altitudinem AB. Dico quod pyramis ad priſma trapetium eſt vt BE longitudo maior baſis ad

ean-

eandem longitudinem BE vna cum HB semisse aciei AG.

Per terminum G *a* ducatur planum GLM par-lum triangulo ABC, & planum ALM. erunt dissectæ quatuor pyramides ACL, quæ insigniatur litera R, AME quam vocabo X, GME vocabo S, & tandem pyramis AGLM exprimatur litera V. Et quia *b* pyramis S ad æque altam R est vt basis par-ma ME ad CL, seu *c* vt EL ad LB (ob communem altitudinem par-morum) & *d* pyramis V ad prisma RV æquè altum & super eadem basi trianguli GLM est vt 1 ad 3. ideo diuidendo V ad R erit vt 1 ad 2, seu HB ad BL. quare vniendo antecedentes S & V simul ad R erunt vt EL cum HB ad BL; & componendo S, V, R simul sumpta ad R erunt vt tota HE ad LB; sed *e* pyramis R ad pyramidem æquè altam RX se habet vt basis ad basim seu vt BL ad BE. ergo ex æqualitate ordinata SVR ad RX est vt HE ad BE, & inuertendo pyramis RX ad prismatrapetium SVR est vt BE ad HE. Quod &c.

a VI. ex 10.

b VI. 25

c IV. 1.

d VI 28

e VI. 25

PROPOSITIO XIV. *Tab. V. Fig.* 27. Si prisma trapetium ABDF sectum fuerit plano GHIK par-lo basi CE. Dico quod totum prispetium ad abscissum pris-petium est vt LE summa longitudinis maioris

basis

basis cum semisse aciei ducta in quadratum NE differentiæ earundem linearum ad solidum ex MK summa longitudinis basis maioris solidi abscissi cum semisse aciei ducta in quadratum PK differentiæ earundem linearum.

Per supremum punctum A ducatur planum ADE efficiens pyramidem ABCDE quæ vocetur R, & planum AIK efficiens pyramidem AGHIK, quæ vocetur S. Et quia
a VI.31 pyramis *a* R ad S compositam proportionem habet ex rationibus basium& altitudinū, scilicet *b* ex ratione
b IV.13
BE ad GK, & DE ad IK, & NF ad PF, quæ duæ postremæ rationes sunt eędem, ideoque componunt proportionem quadrati NE ad quadratū PK (ob similitudinem triangulorum FED, FKI & FEN, FKP). ergo pyramis R ad pyramidem S est vt productum ex BE in quadratum NE ad productum ex GK in quadratum PK.

c hu. 13 Postea quia *c* prisi-petium ABDF ad pyramidem R est vt LE ad EB,
d VI.31 seu vt *d* productum ex LE in qua-
corol. dratum NE ad productum ex BE in idem quadratum NE, & ostensa fuit pyramis R ad S vt productum ex B E in quadratum NE ad productum ex GK in qua-tum PK; estque tandem
e hu.13 dem *e* pyramis S ad prism-petium AGIF vt productum ex GK in quadra-

dratum PK ad productum ex MK in quadratum PK, igitur ex æqualitate ordinata prisma-tium ABDF ad prismatium AGIF se habet vt productum ex LE in quadratum NE ad productum ex MK in quadratum PK. Quod &c.

PROPOSITIO XV. *Tab. V. Fig.* 28. Si Prismatrapetium ABDG, & conoides hyperbolicus AHMO habuerint bases BD & HOM in eodem plano, & eandem altitudinem AB, atque basis BD longitudo maior BF aqualis sit EB summæ axis AB & EA lateris transuersi hyperboles genitricis, sitque acies AG æqualis AE & BC æqualis axi BA. Dico quod prisma-tium ad conoidem eandem proportionem habet quam basis BCDF ad circulum basis HOM.

Per punctum R vtcumque sumptum in axe AB ducatur *a* planum ISL æquidistans plano communi basium HCF; hoc sane efficiet in conoide *b* circulum cuius diameter IN, in pris-petio parallelogramum SL, & coniungatur recta EG. & quia EB est æqualis BF, & EA æqualis AG, quæ parallela est ipsi BF. ergo *c* EGF vna recta linea est; & ideo in tri-lo EBF recta RL parallela basi BF æqualis *d* est ipsi ER, sicuti EB æqualis erat BF. similiter in trian-

a VI. ex 10.

b *hui.* 5.

c IV. ex 3. 4.

d IV 4.

triangulo ABC recta RS æqualis erit RA, ficuti CB æqualis fuerat AB (eo e quod RS, BC, & RL, BF sunt parallelæ cum sint communes sectiones æquidistantium planorum factæ à planis ABC, EBF) quare rectangulum EBA æquale est rec-lo CBF, & rectangulũ ERA æquale est rec-lo SRL; estque in hiperbola f vt rectangulum EBA ad rec-lum ERA ita quadratum HB ad quadratum IR, seu g ita circulus HM ad circulum IN, estque punctum R vt cumque sumptum in communi altitudine AB solidorum, igitur h pris-petium ABDG & conoides hyperbolicus AHM sunt figuræ proportionaliter analogæ; ideoque i pris-petium ABDG ad conoidem hyperbolicum AHM se habebit vt basis illius BCDF ad basim huius circulum HOM. Quod &c.

e VI.9. corol. f conic. 32. g V.12. h quad. par. def. 2. i eius. 2

PROPOSITIO XVI *Fig. eadem*

In eodem conoide hyperbolico AHM secto à plano ISN par-lo basi HOM, & lateri transuerso AE addita EP æquali semissi eiusdem AE, vel aciei AG. Dico quod conoides AHM ad abscissum conoidem AIN est vt productum ex PB in quadratum AB ad productum ex PR in quadratum AR.

Quia conoides AHM & pris-tium ADBG a sunt figuræ æquealtæ pro-

a ex hu: 15.

por-

portionaliter analogæ, & sic quoque conoides AIN & prif-tium AL G, ergo sunt interse vt bases, scilicet circulus HM ad parallelogrammum BD est vt circnlus IN ad parallelogramum SL; estque *b* quadratum HB ad circulum HM, vt quatum IR ad circulum IN. ergo ex æquali, vt quadratum HB ad rec-lũ BD, seu ad ei æquale rec lum EBA, ita erit qua-tũm IR ad rec-lum SL, siue ERA, & proinde *c* conoides A IHM ad pris-petium ADBG erit vt conoides AIN ad pris-tium AISG, & permutando conoides AHM ad conoidem AIN erit vt pris-tium ADBG ad pris-tium AISG, erat autem *d* pris-tium ADBG ad pris-tium ALSG vt solidum ex PB in quadratum AB, (scilicet ex summa longioris basis BF æqualis EB cum semisse aciei AG, seu AE in quadratum differentiæ laterum BF, AG, quæ æqualis est ipsi AB) ad solidnm ex PR in qua-tum AR, ergo pariter conoides AHB ad conoidem AIN erit vt solidum PB in qua-tum AB ad solidum PR in quadratum AR. Quod &c.

b V, ex 12.

c ex hu. 15.

d hu. 4.

PROPOSITIO XVII. *Tab. V, Fig.* 28. Si eidem conoidi hyperbolico AHMN inscribatur conus AH M eadem basi & axe. Dico conoidem ad conum esse vt PB ad EB.

In

In annexo pris-petio ADBG ducto plano ADF fiat pyramis ABD: &
a VI.25 & 27. quia conus *a* AHM ad pyramidem ABD æque altam est vt circulus basis HM ad parallelogramum basis CF; & easdem bases habent conoides AIHM, & prispe-tium ADBG. ergo
b hu.15 *b* conoides ad pris petium est vt conus AHM ad pyramidem ACF, & permutando conoides AIHM ad conum sibi inscriptum erit vt pris-tium ADBG ad pyramidem ACF. fuit
c hu.13 vero *c* pris-petium ADBG ad pyramidem ACF vt PB ad EB. ergo conoides AIHM ad conum AHM est vt PB ad EB. Quod &c.

PROPOSITIO XVIII. *Tab. V. Fig.* 29. Si sphæroides BAEC & sphæra NOPQ, vel earum segmenta ABC, ONQ æquè alta compræhensa fuerint à planis BN, EP, AC OQ inter se par-lis, & pro-liter axes secantibus. Dico quod figuræ sunt pro-liter analogæ.

Per axes BE, NP ducto plano efficiet ellipsim ABCE cuius diameter transuersa erit BE; & in sphæra efficietur circulus ONQP cuius diameter NP per-laris *a* erit
a II.21 ad rectam OQ, & ad tangentes BN, EP; quæ sunt communes sectiones planorum æquidistantium: ductoque alio plano HLTX parallelo ip-
b VI.11 sis AC, OQ *b* pro-liter secabit axes

in

in I, S: & ideo *c* rec-lum EDB ad rec-lum EIB erit vt rec-lum PRN ad rec-lum PSN, sed *d* prædicta rectangula eandem rationem habent quam quadrata ordinatarum, ergo qua-tum AD ad qua-tum HI se habet vt qua-um OR ad qua-tum TS, & sic *e* quoq; erunt circuli aut ellipsis ex ijsdem radijs; quare permutando circulus vel ellipsis AC ad circulũ OQ est vt figura rotunda HL ad circulum TX, suntque solida æquà alta & sectiones factæ sunt vtcumque pro-liter in I, S à planis par-lis basibus & tangentibus planis. igitur tã *f* solida BA EC, NOPQ, quam portiones ABC, ONE sunt figuræ prop-liter analogæ. Quod &c. c IV. ex 18. d conic. 22. e V. 12. et hu. 4. f quad. par. d. 3.

PROPOSITIO XIX. *Tab. V. Fig.* 30. Si in segmento ABC sphæroidis BAEC inscriptus sit conus eadem base AC, eodemque axe BD; & fiat EH æqualis semissi axis sphæroidis EB. Dico quod segmentum sphæroidale ABC ad conum BAC, est vt HD ad DE.

Ponatur sphæra NOPQ inter eadem plana BN, EP parallela tangentia vtrumque solidum, erit idem sphæræ axis *a* NP per-laris ad eadem plana tangentia, & producto plano AC efficiet in sphæra *b* circulum OQ, super quem fiat conus NOQ verticem in N habens, & HI duca- a VI. ex 9. cor. b VI. ex 34.

ducatur par-la ipsis EP, ACQ, BN.
c IV.2. patet quod ab eisdem c pa-lis secantur rectæ BH, NI in eisdem rationibus, & ideo IP æqualis est medietati axis NP. Et quia duæ figuræ sphæroidis AB & sphæræ ONR segmenta æquè altæ sunt d proportionaliter analogæ, ergo sunt e interse vt bases. Similiter quia coni BAC, NOQ sunt æquè alti f erunt interse vt eædem bases AC, OQ planæ, quare portio sphæroidis ABC ad portionem sphæræ ONQ erit vt conus BAC ad conum NOQ, & permutando singulæ portiones ad conos sibi inscriptos pro-les erunt; sed g sphæræ portio ONQ ad conum NOQ sibi inscriptum est vt IR ad RP, seu vt HD ad DE. igitur portio sphæroidis ABC ad conum ABC sibi inscriptum se habet vt HD ad DE. Quod erat &c.

d hu.18
e quad. par.2.
f V1.27
g sphær cil. ex 23.

AR-

ARCHIMEDIS

De æquèponderantibus, seu de centris grauitatum planarum figurarum, & solidarum.

OPus Archimedis de æquèponderantibus, epiſtolã non habet agitque de centris grauitatũ planarũ figurarum, rectilinearum, circuli ellipſis, & ſpatij parabolici. nos vero ne dum hæc, ſed etiam tradimus centra grauitatum ſolidorum, & faciliori methodo quam plana ab Archimede, ſolida à recentioribus Maurolico, Commandino, Valerio & Galileo expoſita ſunt.

DEFINITIONES.

Graues magnitudines voco eas quæ præditæ ſunt vi motiua deſcendendi deorſum, ſiue reipſa, ſiue ope intellectus eis attributa. I.

Grauia eiuſdem generis voco lineas interſe, vel ſuperficies, aut corpora interſe comparata. Et homogenea voco quorũ pondera proportionalia ſunt magnitudinibus eorum. II.

Centrum grauitatis vnius cuiuſ- III.
que

que magnitudinis est punctum intra eam positum, à quo si appensum fuerit quiescit, nec reuoluetur,

IV. *Tab. VI. Fig. 3.* Distantiæ duorum grauium GH, & KM ab inuicem, & à communi fulcimento C sunt rectæ AC, CB quæ existunt in eadem recta linea rigida AB, quæ *libra* vocatur.

V. *Tab. VI. Fig. 10.* Duo puncta L & N in similibus figuris ABD, FGI dicuntur similiter posita à quibus binæ quælibet rectæ lineæ LB, NG ad homologa latera BA, GF inclinatæ ad angulos æquales sunt proportionales segmentis homologis earundem.

VI. *Tab. VI. Fig. 4.* In qualibet figura plana BAC in qua ex vertice B duci potest linea recta BD bifariam secans omnes rectas in figura applicatas parallelas basi AC, vel tangenti verticali. Vocetur talis recta BD *axis* figuræ.

VII. *Tab. VI. fig. 13. 14.* Et in qualibet solida figura ABCD in qua à vertice A duci potest recta linea AE transiens per centra grauitatum omnium planarum sectionum æquidistantium basi BCD, vocetur *Axis* solidi.

VIII. *Fig. eisdem.* Et in duabus figuris in apicem deficientibus, siue homogeneis, siue non, quarum axes AE, Ae sint æquales, si semper bases B

CD

CD ad ſectiones par-las & æquè remotas à baſibus fuerint vt axes ad æquales abſciſſas ab illis. Vocentur Figuræ *ſimilares*.

IX. Et in eis puncta I & i pro-naliter axes diuidentes, vt homologa ſint quæ vertices attingunt. Vocentur puncta ſimiliter poſita in axibus figurarum.

SVPPOSITIONES.

I. Lineas & ſuperficies præditas eſſe grauitate ſui generis concipere poſſumus. Sicuti enim linea quanta eſt ſolummodo longitudine, & ſuperficies quanta eſt etiam in latum, corpus vero etiam in profundum; ſic quoque lineam grauem eſſe longitudine tantum concipere poſſumus, ſuperficiem ſortiri grauem planitiem, corpora ſolidam grauitatem habere, quam ſolam ſenſu percipimus, ſicuti ſola quantitas corporea ſenſibus innoteſcit.

II. Si graue ſuſpenſum vel innixum in puncto eius firmo quieuerit, centrum grauitatis eius exiſtet in recta per ſuſpenſionis punctum ducta perpendiculariter ad horizontem erecta.

III. Duas graues magnitudines interſe æquales pendentes ex æqualibus diſtantijs à fulcimento, æquè ponderare & quieſcere. ratio enim ſuadet

det vt vna alteri non præponderet.

IV. *Tab. VI. Fig.* 1. 2. Si quælibet recta linea AD fulciatur à puncto eius intermedio E quiescet æquilibrata. Et si quodlibet parallelogrammum ABCD horizontaliter extensum fulciatur à recta linea EF secante spatium AC & eius opposita latera AD, BC, bifariam; spatium AC quiescet æquilibratum.

Et si quodlibet paral-pedum BE GD fulciatur à plano SXP per-lari ad horizontem bifariam secante solidum & omnia eius plana & latera æquidistantia AD, BC, FG, EQ: solidum quiescet æquilibratum,

In quolibet enim casu magnitudines æquales, similes, & similiter positæ pendent ex æqualibus distantijs à fulcimento.

V. *Tab. VI. Fig.* 10. Equales & similes figuræ planæ vel solidæ FGH, fgh interse ope intellectus coaptatis, centra grauitatum earum sibi mutuo congruent. Et in eisdem centra grauitatũ similiter posita sunt.

VI. Omnis figuræ cuius perimeter fuerit ad easdem partes cauus in *tab. VI. fig.* 23. Vt est cylindrus RTZR à quo ablatus sit conus RSR, centrum grauitatis cadit extra ambitum figuræ intra cauitàtem RSR. in reliquis intra figuram existit.

VII. Eiusdem figuræ planæ vel solidæ vnicum punctum solummodo est cẽ-

trum

trum grauitatis, circa quod figura ſuſpenſa quieſcet æquilibrata.

Si duæ figuræ homogeneæ conſtitutæ fuerint circa idem centrum grauitatis: etiam earum differentiæ centrum grauitatis erit idem ac totius. VIII.

Vt *Tab. VI. Fig.* 10. Si L fuerit centrum grauitatis compræhendentis figuræ ABCD & compræhenſæ f g h i etiam ſpatij differentialis centrum grauitatis erit idem punctum L.

PROPOSITIO I. *Tab. VI. Fig.* 1. Cuiuſlibet parallelogrammi AB CD, centrum grauitatis exiſtit in puncto I axim EF bifariam ſecante.

Quia *a* EF axis eſt par-grammi ABCD, ergo ſecat bifariam oppoſita latera AD, BC interſe parallela, & ideo *b* parallelogramma AF, & FD æqualia ſunt. quare ſi ſpatium *c* AC fulciatur à recta EF in plano horizontali extenſa quieſcet æquilibratum, ſed quieſcit *d* quoque idem ſpatium AC ſuſpenſum ex centro grauitatis eius, quod *e* vnicum punctum eſt. ergo centrum grauitatis ſpatij AC in aliquo puncto rectæ EF exiſtit.

a def. 6
b I. 30.
c sup. 4
d def. 3.
e sup. 7

Poſtea ducto alio axe GH diuidet EF bifariam in I, & vt prius centrum grauitatis ſpatij AC exiſtet

I in ali-

in aliquo puncto rectæ GH. igitur in axium EF, & GH communi sectione I existit centrum grauitatis, vbi nimirum bifariam ad inuicem secantur. Quod &c.

PROPOSITIO II. *Tab. VI. Fig.* 2. Cuiuslibet Paral-pedi AG centrum grauitatis est punctum in quo quilibet eius axis bifariam secatur.

Tria latera circa solidum angulum B secentur bifariam in punctis R, S, T, per quæ ducantur tria plana parallela oppositis basibus, patet
a VI.30 quod à plano SXN secatur *a* solidum AG in duo par-peda AX, XD æqualia interse & similia; cum sint æque alta & super eandem basim X
b *sup.*4 SN constituta, quare si *b* fulciantur à plano SXN perpendiculari ad horizontem quiescet solidum AG æ-
c *def.*3. quilibratum, sed *c* quiescit quoque suspensum à singulari centro grauitatis eiusdem. ergo tale centrum existit in plano SXN.

Secundo à plano TVI secatur solidum AG in duo par-peda VD & VC æqualia & similia, ergo amborum grauitatis centrum existit in plano ea fulciente TVI; & ideo in eorum communi sectione KL prædictum grauitatis centrum existit. simili ratione centrnm grauitatis totius AG existit in plano RHI secante rectam KL bifariam in O, &
ideo

ideo punctum O erit centrum grauitatis solidi AG. Et quia recta KL est communis sectio planorum SKL, & TVI secantium bifariam latera par-morum AC, & EG. ergo puncta K & L sunt centra grauitatum eorundem planorum, & proinde K L axis erit, & secatur bifariam in O. igitur patet propositum.

PROPOSITIO III. *Tab VI. Fig. 3.* Si plana, aut solida grauia R & S suspensa fuerint in terminis A & B libræ AB non grauis, quæ fulciatur in C, sitque distantia BC ad AC reciprocè vt pondus R ad S. Dico pondera in tali libra quiescere æquilibrata. scilicet punctum C esse amborum commune centrum grauitatis.

Secetur BD æqualis AC, & BF producta fiat æqualis BD, atque AE fiat æqualis AD. & quia AC est æqualis BD addita communi CD, erit AD æqualis CB, & ideo *a* vt BC ad CA, seu vt R ad S, ita erit AD ad DB, seu dupla ED ad duplam DF. & super ED tanquam axim fiat par-grammum vel paralpedum GH æquale sibi homogeneo R; *b* erit A centrum grauitatis spatij GH, seu ei æqualis R; similiter super axim D F fiat par-mum H L æquale spatio S si fuerit planum, vel par-pedium si S fuerit solidum, & erit

a *II.*3.

b *hui.* I. & 2.

 & erit

& erit quoque B centrum grauitatis spatij HL seu ipsius S. Et quia spatium GH, ad HL sibi homogeneum, seu R ad S se habet vt axis seu vt
c ex IV 1. VI. 28. altitudo ED ad DF *c* ergo spatia GH & HL super æquales bases constituta erunt, & ideo vnicum parallelogramum, vel vnicum par-pedũ erit GLM, cuius axis EF bifariam sectus erit in C (eo quod æqualibus EA & CB adduntur æquales AC
d hui. 1 & 2. & BF) & proinde *d* C erit centrum grauitatis spatiorum homogeneorũ GH, & HL, siue R & S pendentium ex terminis libræ A & B. igi-
e def. 3. tur *e* æquilibrata quiescet.

Idipsum sequetur quomodocumque spatia GH & HL reuoluantur & quamcumque figuram acquirant, dummodo eorum centra grauitatum ex eisdem punctis A, & B pendeant.

Si postea R & S fuerint lineæ, idem sequetur. sed oportet sumere libram AB æqualem medietati ipsarum R, S. Quare &c.

Corollarium. Colligitur ex constructione huius propositionis quod semper centrum grauitatis C totius alicuius grauis GM cadit in loco intermedio eiusdem rectæ AB coniungentis centra grauitatum A & B partium eius GH & HL. Et in eadem recta linea AC coniungente

A cen-

A centrum portionis GH, & C centrum totius GM existit quoque in eius productione CB centrum B grauitatis reliquæ portionis HL vltra centrum C totius GM.

PROPOSITIO IV. *Tab. VI. Fig.* 4. In qualibet figura plana ABC in apicem deficiente & axim BD habente, siue triangula, siue multi latera siue sectione conica. Dico quod centrum grauitatis figuræ existit in eius axe BD; & è contra recta per verticē B & per centrū grauitatis figuræ ducta erit axis eius.

Si enim hoc verum non est sit O centrum grauitatis figuræ ABC positum extra axim BD; & per puncta O & C ducantur rectæ OY & CP parallelæ ipsi BD; & *a* inscribatur figura X ex parallelogrammis æquè altis composita ad quam figura ABC minorem proportionem habeat quam DC ad CY; & sit N centrum grauitatis inscriptæ figuræ X, quod *b* cadet in BD axi omnium parallelogrammorum conponentium figuram inscriptam, cum secet bifariam omnes bases oppositas eorum; & coniungatur recta NO secans CP in R, eritque figura ABC ad sibi inscriptam X in minori ratione quam NR ad RO, seu quam *c* DC ad CY, ob parallelas ND, OY, RC. quare diuidendo *d* congeries trili-

a quad. par. 1.

b huius ex 1.

c IV. 2.

d III. 14 cor.

 neo-

cantur duo catheti AC, BD ab angulis bissecantes latera opposita, quæ se mutuò secabunt *b* in I centro figuræ, & quia qualibet AC, *c* BD secat bifariam omnes rectas applicatas parallelas basi vel rectæ subtendenti angulum verticis. ergo tam AC quàm BD est axis, & in *d* eis existit centrum grauitatis figuræ. igitur in eorum communi sectione I nempe in centro figuræ existit centrum grauitatis vnius cuiusque figuræ ABCD.

b V. ex 7. *c* IV. ex 4. *e* conic. 20. 21. *d* huius ex 4.

PROPOSITIO VII. *Tab. VI. Fig.* 8. In qualibet figura plana rectilinea ABCDE reperire centrum grauitatis.

Diuidatur figura in triangula AEB, BEC, CDE, & ab angulo verticali E communi ducantur rectæ EF, EG, EH secantes bifariam bases oppositas, & diuidantur singulæ in I, K, L in proportione dupla erunt *a* puncta I, K, L centra grauitatum eorundem triangulorum, & coniuncta recta IK secetur in N vt KN ad NI sit reciprocè vt triangulum ABE ad triangulum BEC, igitur punctum *b* N erit centrum grauitatis quad-lateri ABCE. postea coniuncta NL secetur in O, ita vt LO ad ON sit vt ABCE ad triangulum ECD, erit *c* O centrum grauitatis figuræ ABCDE. Quod &c.

a huius 5 *b* huius 3 *c* eadem

PRO-

PROPOSITIO VIII. *Tab. VI. Fig. 9.* In Prismatis & quibuslibet columnaribus figuris ACE rectis, quarum axes GH bifariam secti sint in I. Dico punctum I esse earum centrum grauitatis.

Quia GH ponitur axis columnæ ACE, ergo *a* GH transit per centra grauitatum basium, quæ sint G & H, & per centra grauitatum omnium sectionum æquidistantium basibus. Postea innitatur columna recta super punctum H centrum grauitatis basis, existente axi GH perpendiculariter erecto ad horizontem, *b* quiescet proculdubio columna, eo quod tota superficies basis BCD eiusque partes premuntur perpendiculariter à partibus columnæ æque altis similiter positis & proportionalibus subiectis partibus basis. quare centrum grauitatis columnæ existet in eodem axe HG. Ducatur deinde planum LKM parallelum basibus per punctum I semipartitionis, & reuoluta columna vt fulciatur à plano LKM per-riter ad horizontem erecto, *c* quiescet quoque columna, & ideò centrum grauitatis eius existet in plano LKM, sed erat in axe GH. ergo in communi eorum sectione I existet centrum grauitatis columnæ ACE. quod &c.

a def. 7.
b sup. 2.
c sup. 4.

PROPOSITIO IX. Tab. VI. Fig. 10. 11. Si duæ figuræ planæ similes ABCD, & FGHI habuerint puncta L & N similiter in eis posita, & L sit centrum grauitatis figuræ ABCD. Dico N esse quoque centrum grauitatis alterius figuræ FGHI.

a hui.6 Et primo in figuris regularibus, circulis, & ellipsibus centrum a grauitatis L est idem ac centrum figuræ. ergo punctum N similiter positum ac est L erit centrum figuræ FGH, & ideo centrum grauitatis eius.

Secundo in figuris non regularibus & parabolis ex punctis L, N ad vertices, & ad omnes angulos æquales figurarum coniungantur rectæ lineæ vt sunt LA, NF &c. ergo b circa æquales angulos LCD, NGI est LC ad CD vt NG, ad GI; & ideo ob c triangulorum similitudinem erit angulus DLC æqualis angulo ING, & sic reliqui. Et sectis L f æqualis NF, Lg æqualis NG, & sic reliquæ, compleatur figura f g i, erit hæc æqualis ipsi FGI, & similis figuræ ACD, cui similiter posita est. ergo punctum d L est similiter positum in concentricis figuris ACD & f g i; & ex hypothesi erat L centrum grauitatis figuræ ACD. ergo extensis per L rectis AM, CO e quiescet figura super has lineas æquilibrata; sed super eisdem rectis AM, CO quiescunt

b def.5. c IV.6. d def.5 e sup.4.

cunt æquilibratæ partes collaterales figuræ f g i, quæ similes, proportionales, & similiter positæ sunt ac partes laterales figuræ ACD. igitur centrum grauitatis figuræ f g i in eadem communi sectione L earundem rectarum A M, B O existit: verum *f* centrum grauitatis figuræ FGI congruit cum centro L figuræ f g i æqualis & similis illi; & tale punctum est N similiter positum ac est L. igitur punctum N est centrum grauitatis figuræ F G I. Quod &c. f *sup.5*

PROPOSITIO X. *Tab.VI. Fig.* 12. Si in pyramide, cono, conoide, hemisphærio, aut solido pro-naliter in apicem deficiente ABCD. ducatur à vertice A ad O centrum grauitatis basis BCD, recta linea AO, quæ secet in I sectionem FGE parallelam basi vbicumque ductam. Dico punctum I esse centrum grauitatis figuræ FGE; & AO axem solidi.

Et primo solida figura *a* sit conus, hemisphærium aut conoides, constat BCD & EFG esse circulos, cumque *b* O sit centrum tam grauitatis, quam figuræ in circulo BCD, ergo alterius circuli EGF punctum I erit quoque centrum grauitatis. a *conic.* 10. *et conoi d.* 5. b *hui.6*

Secundo solidum sit pyramis, & per rectam AO, & per coniunctas

OB, OD extendantur duo plana, quæ efficiant triangula AOB, AOD secantia reliquum planum EFG parallelum basi pyramidis c in rectis I
c VI.9. coroll.
E, IG parallelis ipsis OB, & OD, pariterque in EG parallela ipsi BD (cum sint sectiones æquidistantium planorum factæ à planis per verticem A ductis) ergo d tri-la IEG,
d IV.7.
OBD similia sunt, & vt OB ad BD ita est IE ad EG. idemque ostendi potest de reliquis extensis à punctis O, I ad perimetra figurarum BCD,
e def.5.
EFG. quare e puncta O, I similiter posita sunt in eisdem figuris similibus; & erat punctum O centrum grauitatis figuræ BCD. igitur f punctum I erit quoque centrum grauitatis figuræ EFG. cumque recta AO transeat per centrum grauitatis cuiuslibet sectionis æquidistantis basi, erit g AO axis solidi ABCD. Quod &c.
f huius 9.
g def.7

PROPOSITIO XI. *Tab. VI. Fig. 13. 14.* Si quælibet figura solida ABCD in apicem A deficiens habuerit axem AE. Dico quod centrum grauitatis eius in aliquo puncto axis AE existit; & è conuerso.

Nam si primum verum non est, cadat centrum grauitatis solidi ABCD extra axim vt in F; & à punctis F, & D in plano EAD ducantur rectæ FG, DH parallelæ axi AE;

& a

& a inſcribatur figura gradata R compoſita ex priſmatis aut cylindris æquè altis, ad quam ſolidum ABCD minorem pro-tionem habeat, quam ED ad DG, erit b gradatæ figuræ R centrum grauitatis in communi axi AE, qui c tranſit per centra grauitatum omnium baſium priſmatum, vel cylindrorum componentium gradatam figuram R. & ducta recta IFO ſecet DH in L. Oſtendetur, vt in prop. 4. quod punctum aliquod O libræ IFO poſitum extra cauitatem figuræ differentialis figurarum ABCD & R eſt centrum grauitatis eiuſdem ſolidi differentialis. quod d eſt impoſſibile. quare centrum grauitatis F ſolidi ABCD cadit in aliquo puncto axis AE. a Quad. par. 1. b huius ex 2. c huius def. 6. d sup. 6

Tranſeat poſtea recta AE per I centrum grauitatis figuræ ABCD. Dico AE eſſe e axim, ſcilicet tranſire per centra grauitatum baſis & omnium planarum ſectionum baſi æquidiſtantium. e def. 7

Si enim hoc verum non eſt, ſit alia recta AN axis, & f in ea erit centrum grauitatis figuræ; & proinde in vtraque linea AE & AN exiſtit centrum grauitatis, quæ cum cadant infra verticem A intra figuram ABCD. Erunt duo diſtincta centra grauitatum in eadem figura quod g eſt falſum. Quare &c. f ex parte 1. g sup. 7.

Scholium. Idipſum etiam verifica-

rificatur in figuris ad oppositas partes deficientes vt sunt sphæroides, & romboides: immo in ipsomet cono. (tab. VI. fig. 25.) EFG si ex H centro circuli basis FG ducatur planū æquidistans tangenti plano EFK consurgent duo solida deficientia ad oppositas partes, quorum vnius vertex erit punctum G, alterius vero acies erit FE; & in vtrisque sectiones plano tangenti par-læ vt
h Con. def. 12. sunt ABC, abc erunt *b* parabolæ, quæ, vt postea patebit, secari possunt ab eodem axe GL in punctis O, o similiter positis, quæ sunt centra grauitatum earum.

PROPOSITIO XII. *Tab. VI. Fig.* 15. In tri-lo ABC si rectæ BE, CD secantes latera fecerint segmentum CE duplum reliqui EA, & BD duplum DA. Dico BF ipsius FE, atque CF triplam fore FD.

a IV. 2. Ducatur EH par-la FD. Quia BF ad FE, *a* seu ob par-las BD ad
b III. 21. cor. DH *b* compositam pro-tionem habet ex ratione BD ad DA, quæ est dupla vt 6 ad 3 & ex ratione AD ad
c IV. 2. DH, *c* seu ex simili pro-tione AC ad CE (ob par-las DC, HE) quæ
d III. 19. pro-tio est vt 3 ad 2. Ergo *d* BF ad FE eandem rationem habet compositam ex 6 ad 3, & ex 3 ad 2; proindeque erit vt 6 ad 2, nempe BF tripla erit ipsius FE. eadem

ra.

ratione CF tripla erit ipsius FD. quod &c.

Corollarium. Hinc patet quod si in tri-lo ABC ductæ fuerint duę rectæ BE, CD se secantes intra tri-lum in F. semper pro-tio BF ad FE composita erit ex ratione BD ad DA, & ex ratione AC ad CE, vt homologa in eisdem terminis B & E conueniant.

PROPOSITIO XIII. *Tab. VI. Fig.* 16. 17. In pyramide ABCD si eius axis AE secetur in F vt portio ad verticem AF sit tripla reliquæ FE. Dico punctum F esse centrum grauitatis pyramidis.

Et primo sit pyramidis basis BCD tri-lum, seceturque BD bifariam in H, iunganturque rectæ CH, AH, quæ *a* axes tri-lorum erunt, in quibus secentur CI dupla IH & AL dupla LH. erunt *b* puncta I & L centra grauitatum tri-lorum BCD, & ABD. & iunctis AI, CL hæ *c* erunt axes pyramidis; & erat AE axis, ergo AE, & AI coincidunt; cumq; axes AE, CL ductæ sint intra tri-lum AHC se mutuò secabunt vt in O. & quia centrum *d* grauitatis pyramidis existit tam in axe AE quam in axe CL. ergo in eorum communi sectione O existet. Cumque in tri-lo AHC duæ rectæ

a *Def.* 6.

b *hui.* 5

c *hui.* 10.

d *hui.* 11.

AE,

& erit quoque B centrum grauitatis spatij HL seu ipsius S. Et quia spatium GH, ad HL sibi homogeneum, seu R ad S se habet vt axis seu vt
c ex IV I. VI. 28. altitudo ED ad DF c ergo spatia GH & HL super æquales bases constituta erunt, & ideo vnicum parallelogramum, vel vnicum par-pedũ erit GLM, cuius axis EF bifariam sectus erit in C (eo quod æqualibus EA & CB adduntur æquales AC
d huj. 1 & 2. & BF) & proinde d C erit centrum grauitatis spatiorum homogeneorũ GH, & HL, siue R & S pendentium ex terminis libræ A & B. igi-
e d.f. 3. tur e æquilibrata quiescet.

Idipsum sequetur quomodocumque spatia GH & HL reuoluantur & quamcumque figuram acquirant, dummodo eorum centra grauitatum ex eisdem punctis A, & B pendeant.

Si postea R & S fuerint lineæ, idem sequetur. sed oportet sumere libram AB æqualem medietati ipsarum R, S. Quare &c.

Corollarium. Colligitur ex constructione huius propositionis quod semper centrum grauitatis C totius alicuius grauis GM cadit in loco intermedio eiusdem rectæ AB coniungentis centra grauitatum A & B partium eius GH & HL. Et in eadem recta linea AC coniungente

A cen-

A centrum portionis GH, & C centrum totius GM existit quoque in eius productione CB centrum B grauitatis reliquæ portionis HL vltra centrum C totius GM.

PROPOSITIO IV. *Tab. VI. Fig.* 4. In qualibet figura plana ABC in apicem deficiente & axim BD habente, siue triangula, siue multi latera siue sectione conica. Dico quod centrum grauitatis figuræ existit in eius axe BD; & è contra recta per verticē B & per centrū grauitatis figuræ ducta erit axis eius.

Si enim hoc verum non est sit O centrum grauitatis figuræ ABC positum extra axim BD; & per puncta O & C ducantur rectæ OY & C P parallelæ ipsi BD; & *a* inscribatur figura X ex parallelogrammis æquè altis composita ad quam figura ABC minorem proportionem habeat quam DC ad CY; & sit N centrum grauitatis inscriptæ figuræ X, quod *b* cadet in BD axi omnium parallelogrammorum conponentium figuram inscriptam, cum secet bifariam omnes bases oppositas eorum; & coniungatur recta NO secans CP in R, eritque figura ABC ad sibi inscriptam X in minori ratione quam NR ad RO, seu quam *c* DC ad C Y, ob parallelas ND, OY, RC. quare diuidendo *d* congeries trili-

a quad. par. 1.

b huius ex 1.

c IV. 2.

d III. 14 cor.

neorum ambientium inſcriptam X ad eandem figuram X habebit minorem rationem quam NO ad OR. igitur illa congeries trilineorum ad figuram X erit vt NO ad aliquam OS maiorem quam OR. & ideo in libra NS centrum grauitatis figuræ inſcriptæ X ſuſpenditur in N, &
e hui. 3. centrum totius ABC eſt punctum O e. Igitur centrum grauitatis reliquæ portionis ſcilicet congeriei trilineorum erit punctum S extra cauam figuram ex trilineis compoſi-
f ex sup 6. tam quod f eſt impoſſibile. ergo centrum grauitatis figuræ ABC non cadit extra axim BD. Quod &c.

Sit poſtea N centrum grauitatis figuræ ABC & à vertice per N ducatur recta BND. Dico BD ſecare biſariam baſim AC & omnes ei parallelas. & proinde axim eſſe.

Si enim hoc verum non eſt, alia recta BE ex vertice B ducta intra figuram ſeparata à recta BD erit axis. ergo (ex prima parte) in E B vt in G erit centrum grauitatis figuræ, quod infra verticem B cadere debet; & ideo figura ABC habebit duo grauitatis centra G & N.
g ex sup 7. quod g eſt abſurdum. Quare &c.

PROPOSITIO V. *Tab. VI. Fig. 5.* In quolibet triangulo BAC cuius axis BE ſectus ſit in F vt portio BF verſus verticem ſit dupla reliquæ F E. Dico

E. Dico punctum F esse centrum grauitatis trianguli.

Ducatur recta CD secans bifariam latus AB in D, quæ secet axim BE in H. erit *a* quoque CD axis trianguli. & quia tam *b* in axe BE quam in CD existit centrum grauitatis eiusdem trianguli ABC. ergo existet in H communi eorum sectione. Quod vero puncta F & H coincidant sic ostendetur. Ducta EG parallela ipsi CD. erit proportio *c* BH ad HE, seu BD ad DG composita ex ratione æqualitatis BD ad DA & ex ratione AD ad DG, seu *d* ex ratione CA ad eius subduplam CE (ob parallelas GE, DC) igitur BH ad HE habet rationem duplam; & fuit BF dupla ipsius FE. ergo punctum H cadit super F. ideoque centrum grauitatis trianguli ABC erit punctum F. Quod &c.

a *def.6.*
b *hui.4*
c 11.21 *cor.* IV. 3. 4.
d *IV.2*

PROPOSITIO VI. *Tab. VI. Fig. 6. 7.* In qualibet figura plana regulari, circulo aut ellipsi ABCD, sit centrum figuræ punctum I. Dico in eis centrum grauitatis esse idem punctum I.

In circulo, ellipsi, & in planis parilateris ducantur duo axes angulos oppositos coniungentes AC, BD se mutuò secantes ad rectos angulos in *a* centro I figuræ: pariterque in polygonis imparium laterum du-

a V. *ex* 3. *&* 6.

cantur duo catheti AC, BD ab angulis bissecantes latera opposita . quæ se mutuò secabunt *b* in I centro figuræ, & quia qualibet AC, *c* BD secat bifariam omnes rectas applicatas parallelas basi vel rectæ subtendenti angulum verticis. ergo tam AC quàm BD est axis, & in *d* eis existit centrum grauitatis figuræ. igitur in eorum communi sectione I nempe in centro figuræ existit centrum grauitatis vnius cuiusque figuræ ABCD.

b V. ex 7. *c* IV. ex 4. etconic. 20. 21. *d* huius ex 4.

PROPOSITIO VII. *Tab. VI. Fig.* 8. In qualibet figura plana rectilinea ABCDE reperire centrum grauitatis.

Diuidatur figura in triangula AEB, BEC, CDE, & ab angulo verticali E communi ducantur rectæ EF, EG, EH secantes bifariam bases oppositas, & diuidantur singulæ in I, K, L in proportione dupla erunt *a* puncta I, K, L centra grauitatum eorundem triangulorum, & coniuncta recta IK secetur in N vt KN ad NI sit reciprocè vt triangulum ABE ad triangulum BEC. igitur punctum *b* N erit centrum grauitatis quad-lateri ABCE. postea coniuncta NL secetur in O, ita vt LO ad ON sit vt ABCE ad triangulum ECD, erit *c* O centrum grauitatis figuræ ABCDE. Quod &c.

a hui.5 *b* hui.3 *c* eadem

PRO-

PROPOSITIO VIII. *Tab. VI. Fig. 9.* In Prismatis & quibuslibet columnaribus figuris ACE rectis, quarum axes GH bifariam secti sint in I. Dico punctum I esse earum centrum grauitatis.

Quia GH ponitur axis columnæ ACE, ergo *a* GH transit per centra grauitatum basium, quæ sint G & H, & per centra grauitatum omnium sectionum æquidistantium basibus. Postea innitatur columna recta super punctum H centrum grauitatis basis, existente axi GH perpendiculariter erecto ad horizontem, *b* quiescet proculdubio columna, eo quod tota superficies basis BCD eiusque partes premuntur perpendiculariter à partibus columnæ æque altis similiter positis & proportionalibus subiectis partibus basis. quare centrum grauitatis columnæ existet in eodem axe HG. Ducatur deinde planum LKM parallelum basibus per punctum I semipartitionis, & reuoluta columna vt fulciatur à plano LKM perpendiculariter ad horizontem erecto, *c* quiescet quoque columna, & ideò centrum grauitatis eius existet in plano LKM, sed erat in axe GH. ergo in communi eorum sectione I existet centrum grauitatis columnæ ACE. quod &c.

a *def. 7.*

b *sup. 2.*

c *sup. 4.*

PROPOSITIO IX. *Tab. VI. Fig.* 10. 11. Si duæ figuræ planæ similes ABCD, & FGHI habuerint puncta L & N similiter in eis posita, & L sit centrum grauitatis figuræ ABCD. Dico N esse quoque centrum grauitatis alterius figuræ FGHI.

a *hui*.6 Et primo in figuris regularibus, circulis, & ellipsibus centrum *a* grauitatis L est idem ac centrum figuræ. ergo punctum N similiter positum ac est L erit centrum figuræ FGH, & ideo centrum grauitatis eius.

b *def*.5. Secundo in figuris non regularibus & parabolis ex punctis L, N ad vertices, & ad omnes angulos æquales figurarum coniungantur rectæ lineæ vt sunt LA, NF &c. ergo *b* circa æquales angulos LCD, NGI est LC

c *IV*.6. ad CD vt NG, ad GI; & ideo ob *c* triangulorum similitudinem erit angulus DLC æqualis angulo ING, & sic reliqui. Et sectis L f æqualis NF, Lg æqualis NG, & sic reliquæ, compleatur figura f g i, erit hæc æqualis ipsi FGI, & similis figuræ ACD, cui similiter posita est. ergo

d *def*.5 punctum *d* L est similiter positum in concentricis figuris ACD & f g i; & ex hypothesi erat L centrum grauitatis figuræ ACD. ergo extensis per

e *sup*.4. L rectis AM, CO *e* quiescet figura super has lineas æquilibrata; sed super eisdem rectis AM, CO quiescunt

cunt æquilibratæ partes collaterales figuræ f g i, quæ similes, proportionales, & similiter positæ sunt ac partes laterales figuræ ACD. igitur centrum grauitatis figuræ f g i in eadem communi sectione L earundem rectarum A M, B O existit: verum *f* centrum grauitatis figuræ FGI congruit cum centro L figuræ f g i æqualis & similis illi; & tale punctum est N similiter positum ac est L. igitur punctum N est centrum grauitatis figuræ F G I. Quod &c. *f sup.5*

PROPOSITIO X. *Tab.VI. Fig.* 12. Si in pyramide, cono, conoide, hemisphærio, aut solido pro-naliter in apicem deficiente ABCD. ducatur à vertice A ad O centrum grauitatis basis BCD, recta linea AO, quæ secet in I sectionem FGE parallelam basi vbicumque ductam. Dico punctum I esse centrum grauitatis figuræ FGE; & AO axem solidi.

Et primo solida figura *a* sit conus, hemisphærium aut conoides, constat BCD & EFG esse circulos, cumque *b* O sit centrum tam grauitatis, quam figuræ in circulo BCD, ergo alterius circuli EGF punctum I erit quoque centrum grauitatis. *a conic. 10. et conoi d. 5. b hui.6*

Secundo solidum sit pyramis, & per rectam AO, & per coniunctas

OB, OD extendantur duo plana, quæ efficiant triangula AOB, AOD secantia reliquum planum EFG parallelum basi pyramidis *c* in rectis IE, IG parallelis ipsis OB, & OD, pariterque in EG parallela ipsi BD (cum sint sectiones æquidistantium planorum factæ à planis per verticem A ductis) ergo *d* tri-la IEG, OBD similia sunt, & vt OB ad BD ita est IE ad EG. idemque ostendi potest de reliquis extensis à punctis O, I ad perimetra figurarum BCD, EFG. quare *e* puncta O, I similiter posita sunt in eisdem figuris similibus; & erat punctum O centrum grauitatis figuræ BCD. igitur *f* punctum I erit quoque centrum grauitatis figuræ EFG. cumque recta AO transeat per centrum grauitatis cuiuslibet sectionis æquidistantis basi, erit *g* AO axis solidi ABCD. Quod &c.

c VI.9. coral.

d IV.7.

e def.5.

f hui.9.

g def.7

PROPOSITIO XI. *Tab. VI. Fig.* 13. 14. Si quælibet figura solida ABCD in apicem A deficiens habuerit axem AE. Dico quod centrum grauitatis eius in aliquo puncto axis AE existit: & è conuerso.

Nam si primum verum non est, cadat centrum grauitatis solidi ABCD extra axim vt in F; & à punctis F, & D in plano EAD ducantur rectæ FG, DH parallelæ axi AE;

& *a* inſcribatur figura gradata R compoſita ex priſmatis aut cylindris æquè altis, ad quam ſolidum ABCD minorem pro-tionem habeat, quam ED ad DG. erit *b* gradatæ figuræ R centrum grauitatis in communi axi AE, qui *c* tranſit per centra grauitatum omnium baſium priſmatum, vel cylindrorum componentium gradatam figuram R. & ducta recta IFO ſecet DH in L. Oſtendetur, vt in prop. 4. quod punctum aliquod O libræ IFO poſitum extra cauitatem figuræ differentialis figurarum ABCD & R eſt centrum grauitatis eiuſdem ſolidi differentialis. quod *d* eſt impoſſibile. quare centrum grauitatis F ſolidi ABCD cadit in aliquo puncto axis AE.

a *Quad par. 1.*

b *huius ex 2.*

c *huius def. 6.*

d *sup. 6*

Tranſeat poſtea recta AE per I centrum grauitatis figuræ ABCD. Dico AE eſſe *e* axim, ſcilicet tranſire per centra grauitatum baſis & omnium planarum ſectionum baſi æquidiſtantium.

e *def. 7*

Si enim hoc verum non eſt, ſit alia recta AN axis, & *f* in ea erit centrum grauitatis figuræ; & proinde in vtraque linea AE & AN exiſtit centrum grauitatis, quæ cum cadant infra verticem A intra figuram ABCD. Erunt duo diſtincta centra grauitatum in eadem figura quod *g* eſt falſum. Quare &c.

f *ex parte 1.*

g *sup. 7.*

Scholium. Idipſum etiam verifica-

rificatur in figuris ad oppositas partes deficientes vt sunt sphæroides, & romboides: immo in ipsomet cono. (tab. VI. fig. 25.) EFG si ex H centro circuli basis FG ducatur planũ æquidistans tangenti plano EFK consurgent duo solida deficientia ad oppositas partes, quorum vnius vertex erit punctum G, alterius vero acies erit FE; & in vtrisque sectiones plano tangenti par-læ vt sunt ABC, abc erunt *b* parabolæ, quæ, vt postea patebit, secari possunt ab eodem axe GL in punctis O, o similiter positis, quæ sunt centra grauitatum earum.

h Con. def. 12.

PROPOSITIO XII. *Tab. VI. Fig.* 25. In tri-lo ABC si rectæ BE, CD secantes latera fecerint segmentum CE duplum reliqui EA, & BD duplum DA. Dico BF ipsius FE, atque CF triplam fore FD.

a IV. 2. Ducatur EH par-la FD. Quia BF ad FE, *a* seu ob par-las BD ad

b III. 21. cor. DH *b* compositam pro-tionem habet ex ratione BD ad DA, quæ est dupla vt 6 ad 3 & ex ratione AD ad

c IV. 2. DH, *c* seu ex simili pro-tione AC ad CE (ob par-las DC, HE) quæ

d III. 19. pro-tio est vt 3 ad 2. Ergo *d* BF ad FE eandem rationem habet compositam ex 6 ad 3, & ex 3 ad 2; proindeque erit vt 6 ad 2, nempe BF tripla erit ipsius FE. eadem-

ra-

ratione CF tripla erit ipsius FD. quod &c.

Corollarium. Hinc patet quod si in tri-lo ABC ductæ fuerint duę rectæ BE, CD se secantes intra tri-lum in F. semper pro-tio BF ad FE composita erit ex ratione BD ad DA, & ex ratione AC ad CE, vt homologa in eisdem terminis B & E conueniant.

PROPOSITIO XIII. *Tab. VI. Fig.* 16. 17. In pyramide ABCD si eius axis AE secetur in F vt portio ad verticem AF sit tripla reliquæ FE. Dico punctum F esse centrum grauitatis pyramidis.

Et primo sit pyramidis basis BCD tri-lum, seceturque BD bifariam in H, iunganturque rectæ CH, AH, quæ *a* axes tri-lorum erunt, in quibus secentur CI dupla IH & AL dupla LH. erunt *b* puncta I & L centra grauitatum tri-lorum BCD, & ABD. & iunctis AI, CL hæ *c* erunt axes pyramidis; & erat AE axis, ergo AE, & AI coincidunt; cumq; axes AE, CL ductæ sint intra tri-lum AHC se mutuò se cabunt vt in O. & quia centrum *d* grauitatis pyramidis existit tam in axe AE quam in axe CL. ergo in eorum communi sectione O existet. Cumque in tri-lo AHC duæ rectæ AE,

a Def. 6.

b hui. 5

c hui. 10.

d hui. 11.

AE, CL ab angulis A, C ductæ secent latera CH, AH in pro-ne
e hui. 12. dupla · igitur axis AE e portio AO tripla est reliquæ OE; & ex hypothesi AF tripla erat FE. ergo puncta O & F coincidunt; & ideo F est centrum grauitatis pyramidis trilatis ABCD.

Secundo, in figura 17. sit E centrum grauitatis polygoni ABCDG,
f hui. 10. erit f AE axis pyramidis prædictæ; & secta in tri-gulares pyramides ABCD, AGBD, in qualibet earum axes AI secentur in eadem pro-tione tripla in O, o punctis, quæ erunt, ex prima parte, centra grauitatum earundem pyramidum; & per puncta O, o ducto plano
g VI. 11 par-lo basi GCD ab g eo secabitur axis AE in F in eadem pro-tione tripla; eritque h centrum grauitatis
h hui. 3 cor. totius in recta linea O, o coniungente centra grauitatum partium; & centrum grauitatis totius erat quoque in axe AE qui in plano tri-li IAI existit (cum recta sit IEI centra basis & partium eius coniungens) ergo erit in communi sectione F in quo puncto secabatur in ratione tripla. quare &c.

LEMMA I. *Tab. VI. Fig. 18. 19. 20.*

Si duo solida inæqualia in apicem deficientia ABC, & KMOG fuerint pro-liter analoga, circa eun-

dem

dem axem AD ſimiliter conſtituta. Dico quod differentia ſolidorum eſt figura ad eaſdé partes caua, cuius centrum grauitatis cadit infra verticem A, in axi AD poſito intra figuræ cauitatem.

Quia figuræ ſolidæ ABC & KMOG ſunt prop-liter analogæ circa communem axem AD in apicem vel aciem deficientes. ergo figuræ *a* ſunt interſe vt baſes, & ſectis vbicumque à plano NPS par-lo baſibus in eodem plano GHL exiſtentibus, ſemper *b* plana figura NPS ad figuram TRV erit vt baſis GM ad baſim BC; & illarum *c* centra grauitatum X exiſtent in communi axe AD ſolidorum. Quare exceſſus vel defectus cuiuslibet figuræ planæ NS ſupra TRV erit figura caua, licet non ſemper continuata, cuius *d* centrum grauitatis erit punctum X in axe AD conſtitutum, proindeque axis AD tranſit per centra grauitatum omnium differentiarum earundem figurarum planarum NPS, TRV, quæ duci poſſunt parallelæ baſibus. & ideo ſolida differentia corporum ABC & KMG erit figura ad eaſdem partes caua, cuius axis erit AD. & quia *e* centrum grauitatis talis figuræ ad eaſdem partes cauæ intra eius cauitatem exiſtit. igitur cadet in aliquo pũcto poſito inter terminos A & D eiuſ-

a quad. par. 2.

b eiuſdem def. 2.

c hui. def. 7.

d ſup. 8

e ſup. 6

eiusdem axis, quod &c.

PROPOSITIO XIV. *Tab. VI. Fig.* 21. 22. 23. Si duæ figuræ solidæ æquè altæ RTZ, & ABC in apices R, A deficientes fuerint prop-liter analogæ, & in RTZ cognitus sit locus V centri grauitatis eius. Dico in figura ABC centrum grauitatis diuidere axim AD in F in eadẽ ratione ipsius RV ad VS. Oportet autem vt figura RTZ sit illius speciei in qua cenrrum grauitatis similiter in axi ponitur, vt sunt pyramides, prismata, & cylindri excauati.

Si enim punctum F non est centrum grauitatis figurę ABC, sit punctum E infra F positum. & fiat figura KGLHY æquè alta, & eiusdem speciei ac est RTZ circa axim AD, ita vt KGLHY ad eius excessum supra ABC maiorem pro-nem habeat quam AE ad EF. ergo aliqua ME maior quam AE erit ad EF vt KGLHY ad eius excessũ supra ABC. & diuidendo MF ad FE erit vt figura ABC ad excessum figuræ KGLHY supra ABC. & quia in libra ME supponitur E centrum grauitatis figuræ ABC contentæ, & F est centrum grauitatis totius figuræ KGHY (cum *a* fit eiusdem speciei ac est RTZ, & punctum F similiter positum sit in

a huj. 13. et 8

axe

axe AD, ac eſt V in RS) ergo *b* M erit centrum grauitatis exceſſus figuræ kGHLY ſupra ABC; eſtque talis exceſſus figura *c* caua ad eaſdem partes D, igitur eius centrum grauitatis cadit in M extra cauitatem talis figuræ, quod *d* eſt impoſſibile. non ergo punctum E infra F poſitum eſſe poteſt centrum grauitatis figuræ ABC. b *hui.*3 c *lem.*1 d *sup.*6

Sit ſecundo centrum grauitatis ABC in I poſito ſupra F, & inſcribatur figura a ON b æquè alta, & eiuſdem ſpeciei ac eſt RTZ circa eundem axim AD, ita vt figura ABC ad eius exceſſum ſupra inſcriptam figuram a ON b maiorem rationem habeat quam AF ad FI. ergo aliqua maior quam AF vt eſt MF erit ad FI vt ABC ad eius exceſſum ſupra a ON b quare diuidendo MI ad IF erit vt figura aONb ad prædictum exceſsũ.& vt prius concludetur, quod exceſſus ſolidi ABC ſupra a ON b centrum grauitatis eſt punctum M poſitum extra eius cauitatem. vnde ſequitur quod centrum grauitatis ſolidi ABC nõ cadit ſupra neq;infra punctũ F.& proinde in F exiſtet grauitatis centrum, &c.

PROPOSITIO XV. *Tab.VI.Fig.* 21. In quolibet cono ABC centrum grauitatis E abſcindit portionem

ED

ED basi contiguam, quæ quarta pars est axis AD.

Fiat pyramis RTZX æque alta ac est conus, sitque eius axis RS segmentum infimum VS pars quarta ipsius RS: erit *a* V centrum grauitatis pyramidis: suntque duo solida RTZ, ABC æquè alta prop-liter analoga. ergo *b* eorum centra grauitatum sunt similiter posita in axibus, & centrum grauitatis V pyramidis secabat quadrantem axis VS à basi. ergo punctum E similiter axim coni abscindens centrum grauitatis eius erit, quod &c.

a *hui.* 13.

b *hui.* 14.

LEMMA II. *Tab. VI. Fig.* 24. Si in parabola CA c adscriptæ fuerint duæ gradatæ figuræ R, & S ex par-mis æquè altis compositæ, sitquè X centrum grauitatis parabolæ. Dico quod centrum grauitatis circumscriptæ figuræ R cadit supra X versus A vt in K; & centrum grauitatis figuræ inscriptæ S cadit infra X vt in L.

Quia in parabola *c* abscissæ sunt in duplicata ratione ordinatim applicatarum. ergo qualium AH est 4 partes erit AK partes 8. & ordinata EH ad MK erit vt radix quata 2 ad illius radicem quæ est minus quam 3. & *d* sic erit par-mum HP ad par-mum KQ (ob æquales alti-

c *conic.* 21.

d *IV.* 1.

altitudines;) & ideo eorum differentia ſcilicet par-mum EQM minus erit quam 1. eſtquè *e* trilineum AEP triens par-mi PH quod erat 2 partes, ergo trilineum AEP eſt duæ tertia vnius partis,& trilineum EMQ minus erit ſemiſſe vnius partis;quare trilineum AEP maius erit quam EMQ: pariter trilineum AGH maius erit trilineo GNY, & ſic reliqua trilinea proximè ſequentium maiora erunt. Quia vero parabola CAc eſt figura ad apicem **A** deficiens ergo centrum grauitatis X cadit infra medietatem axis AB (eo quod *f* in par-mo centrum præciſe axim bifariam ſecat); e contra quia ſeries trilineorum circumſcriptorum eſt figura extenuata ad partes **Cc**, in ea centrum grauitatis cadit ſuprà medietatem axis AB ad partes **A** vt in **H.** ergo centrum grauitatis totius figuræ circunſcriptæ R cadet *g* inter X & H vt in K; proindeque K cadet ſupra X verſus A.

e quad. par. ex 4.

f huius 1

g hui. ex 3.

Poſtea quia ſeries trilineorum AGH, GNY &c. eſt figura extenuata ad partes Cc, in ea centrum grauitatis cadit ſupra medietatem axis AB verſus A,& ideo ſupra X. ergo centrum grauitatis reliquæ portionis parabolæ, ſcilicet figuræ inſcriptæ S cadet *h* in directum infra centrum grauitatis X totius pa-

h huius ex 3.

ra-

rabolæ vt in L. quare &c.

LEMMA III. *Tab. VI. Fig. 24.* Parabolæ cuilibet CAc adſcribi poſſunt duæ figuræ gradatæ R, S ex par-mis æquè altis compoſitæ, ita vt diſtantia centrorum grauitatum earundem minor ſit qualibet data linea.

Diuiſo axe AB in partes æquales *a* vt quęlibet earũ BL, vel LK minor ſit qualibet propoſita linea, & compleantur adſcriptæ figuræ R & S. Quia inſcripta S eſt æqualis, & ſimilis circumſcriptæ R abſque infimo par-mo. ergo *b* earum centra grauitatum ſimiliter poſita ſunt in axibus æqualibus AL, & HB; & ideo diſtabunt interſe eodem interuallo, quo vertices axium ab inuicem recedunt. igitur ſi punctum L eſt centrum grauitatis inſcriptæ figuræ S erit K centrum figuræ R abſque infimo par-mo; verum centrum integræ figuræ circumſcriptæ R cadit *c* infra punctum K vt in X ob additamentũ par-mi infimi, & ſupra L (cũ *d* inter talia centra mediet centrum grauitatis parabolæ) ergo diſtantia centrorum erit LX minor quam LK, & ideo multo minor qualibet propoſita linea. quod &c.

a quad. par. 1.

b Sup. 5 hui. 4.

c hui. ex 3.

d hui. lem. 2.

LEMMA IV. *fig. eadem.* Si duæ parabolæ communem axim AB habue-

buerint & vnius DA d centrum grauitatis sit X. Dico alterius CAc esse quoque X grauitatis centrum.

Si hoc verum non est sit Z centrum grauitatis parabolæ CAc; & vtrique *a* adscribantur binæ figuræ gradatæ ex par-mis æquè altis numero æqualibus compositæ, nempe R, T circunscriptæ, & S, V inscriptæ, ita vt distantia inter centra grauitatum K ipsius T & L figuræ V minor sit quam recta XZ. cumque *b* X centrum grauitatis parabolæ DA d cadat inter K & L centra adscriptarum figurarum T & V. ergo punctum Z cadit infra punctum L & extra rectam KL. Postea quia in vtrisque parabolis CAc, DA d tam *c* ordinata MK ad EH, quam IK ad FH sunt vt eadem abscissa KA ad AH; ergo illæ ordinatæ interse pro-nales sunt, & proinde *d* par-mum MH ad par-mum EA erit vt par-mum IH ad par mum FA; & eorumdem *e* centra grauitatum existunt in semipartitionibus segmentorum KH, HA æqualium axis. ergo centra grauitatum par-morum MH, EA congruunt cum centris par-morum IH, FA, & sic reliqua omnia. quare centrum grauitatis figuræ R existit in eodem puncto K centro grauitatis figuræ T. eodem modo ostendetur quod centrum grauitatis

tis

a lem. 3.

b lem. 2

c conic. 21.

d IV. 1.

e hui. 8

tis figuræ S congruit cum centro
f lem. 2 L figuræ V. igitur *f* centrum grauitatis parabolæ CAc cadit inter puncta K & L. non ergo Z erit centrum grauitatis eiusdem parabolæ quod cadit extra KL. quare patet propositum.

PROPOSITIO XVI. *Tab. VI. Fig.* 25. In quolibet spatio parabolæ ABC si diameter BD secetur in X, vt portio BX versus verticem sesquialtera sit reliquæ XD. Dico punctum X esse centrum grauitatis spatij ABC.

Si hoc verum non est, sit aliud punctum O centrum grauitatis parabolæ ABC, quod efficiat segmentum BO diametri habens ad OB maiorem proportionem quam 3 ad 2. &
a conic. 29. describatur *a* conus EFG circa parabolam ABC, cuius trianguli per axim basis FG sit diameter circuli FAG, & parallelè secet basim parabolæ AC in D; eritque parabo-
b conic. 21. læ *b* diameter BD parallela lateri coni EF, & plano tangenti EFK; & sic in qualibet alia parabola abc parallela ipsi ABC; & eodem axe BD
c conic. 25. d lem. 4 fiat *c* parabola RBS similis abc erit *d* O centrum grauitatis quoque parabolæ RBS; & ducto coni axe EH secabit FG bifariam in H, & coniuncta GOL secet EH in I. & quia parallelæ BD, bd, EF secantur à tri-

tribus rectis *e* GE, GL, GF ergo illæ secantur in ijsdem rationibus; & ideo sicut BO maior est quam sexquialtera OD, ita b o ad o d, EL ad LF habebunt maiorem rationem quam 3 ad 2; & secantur omnes parabolæ in punctis axium O, o similiter positis, quorum O supponitur centrum grauitatis parabolæ ABC & RBS, & ideo *f* ipsius a b c similis ipsi RBS. Igitur recta GL transit per centra grauitatum omnium sectionũ æquidistantiũ plano tãgenti EFK; & ideo *g* GL axis erit coni; & proinde pũctum I concursus axiũ erit centrum grauitatis coni EFG (cum in vtroque *h* axe existat).

e IV.4.

f huius 9.

g def. 7

h huius 11 corol.

Postea quia duæ rectæ EH, GL se secant intra tri-lum in I *i* ergo pro-tio EI ad IH composita est ex ratione EL ad LF quæ est maior quam 3 ad 2, & ex ratione FG ad GH, quæ est vt 2 ad 1. Quare EI maior erit quã tripla ipsius IH, proindeque punctum I quod ostensum fuerat centrum grauitatis coni EFG secat axim in pro-ne maiore quam tripla, *l* quod est falsum. igitur punctum O non est centrum grauitatis parabolæ ABC. eadem ratione segmentum BO ad OD non habebit minorem pro-tionem quã 3 ad 2. Igitur centrum grauitatis parabolę ABC est id ipsum punctum X in quo fit BX ad XD vt 3 ad 2. quod erat &c.

i huius 12

l huius 15

PROPOSITIO XVII. *Tab. VI. Fig.* 26. 27. In quolibet conoide parabolico ABC, si axis AD secetur in E vt portio ad verticem tendens AE sit dupla reliquæ ED. Dico punctum E esse centrum grauitatis solidi ABC.

Fiat prisma RTZ basis cuius tri-laris VTY sit æquè alta ac est conoides; & à vertice R bifariam secante aciem VP ad S centrum grauitatis par-grammi TZ coniungatur recta RS, hæc quidem erit *a* axis solidi RTZ in aciem VP deficientis, eritque *b* figura pro-liter analoga conoidi ABC (eo quod sectis vbicumque axibus AD, RS pro-liter in N, & H, & ductis sectionibus FG, IL par-lis basibus semper in parabola *c* qua-tum BD ad qua-tum FH, seu *d* circulus BC ad circulum FG se habet vt DA ad AH, seu vt SR ad RN, & (ob æquales altitudines TX, LK in prismate) vt par-grammum TZ ad par-mum IL: & reperiatur *e* centrum grauitatis prismatis O, quod existet in axe coniungente centra grauitatum tri-lorum VTY, PXZ, ergo *f* centra grauitatum in vtroque solido sunt similiter in axibus posita; verum centrum *g* O grauitatis prismatis tri-laris RTZ diuidit axim in pro-ne dupla. igitur punctum E diuidit axim in eadem pro-

a huius 10

b qua. par. def. 2.

c conic. 21.

d V. 12.

e hui. 8.

f hui. 14.

g hui. 5. 8.

pro-tione, cum facta sit AE dupla ipsius ED. ergo E est centrum grauitatis conoidis A B C. quod &c.

PROPOSITIO XVIII. *Tab.VI. Fig.* 28. Si duæ pyramides homogeneæ contrapositæ GABC & GD EF habuerint omnia latera ad communem verticem G pertingentia æqualia interse, & bina quæque homologa sint in directum posita. Dico centrum grauitatis commune ambarum pyramidum esse punctum G communis verticis.

Sint O & R centra grauitatum in vtroque solido, quæ diuident *a* axes GH, GI in pro-tione tripla. & quia omnia latera in directum constituta se mutuò secant in communi vertice G, erunt bini quique anguli contrapositi in eodem plano existentes æquales interse. Ergo anguli solidi ex eis compositi ad verticem G conuenientes sunt quoque æquales, & omnia latera ibidem concurrentia sunt æqualia, igitur facta intellectuali applicatione *b* pyramides sibi mutuo congruent; & proinde erunt æquales & similes, atque centra grauitatum quæ similiter posita in eis sunt pariter sibi mutuo congruent, & sic quoque axium supremæ portiones OG, GR æqua-

a hui. 13.

b def.5.

les, ſimiliterque poſitæ ſunt, & ideo in directum conſtitutæ erunt. quare in libra OR ex centris grauitatum O,R ſuſpenduntur duæ pyra-
c *sup.* 3 mides æquales. ergo *c* centrum grauitatis aggregati earundem erit punctum intermedium G. quod &c.

PROPOSITIO XIX. *Tab. VI. Fig* 29. 30. 31. Cuiuslibet corporis regularis AGFB ſphæræ, & ſphæroidis A D C B centrum grauitatis eſt idem ac centrum figuræ.

a *VII. ex 6.* Regularibus corporibus *a* circunſcribantur ſphæræ ADCB, quarum axes AC, centra H. & primo
b *VII.* 1 in tetraedro, quia *b* axis ſphæræ AC ad eius altitudinem ſeu axim AE eſt vt 3 ad 2, ſeu vt 6 ad 4, eſtque radius AH 3 partes earundem. ergo pyramidis ABGF axis AE quadruplus eſt portionis infimæ
c *huius* 13. HE. & propterea punctum H *c* erit centrum grauitatis eiuſdem pyramidis.

Secundo in cubo & in reliquis figuris ſolidis regularibus. Quia vnumquodquè eorum diuiditur in tot pyramides vertices in ſphæræ centro habentes quot ſunt facies, ſeu figuræ planæ regulares ſolidum complectentes, quæ æquales, & ſimiles inter ſe ſunt, & binæ quæque contrapoſitæ pyramides ſolidum componentes habent latera homo-

loga

loga & axes in directum positos, & decussatos in centro sphæra. Ergo *d* centrum grauitatis cuiuslibet paris pyramidum contrapositarum in centro sphæræ & figuræ existit. Quare compositi ex omnibus pyramidibus vertices in centro sphærę habentibus centrum grauitatis existit in eodem centro sphæræ & figuræ.

d *hui.* 18.

Tertio in sphæra & sphæroide ABCD axes AC, BD ad inuicem per-res ducti sint per centra figurarum E, e; & secentur solida à quibuslibet planis ad axes AC a c, per-dicularibus, fient *e* circuli quorum centra *f* grauitatum existent n axibus eisdem, & proinde centra grauitatum solidorum in eisdem axibus A C a c, existent. pari ratione centra grauitatum eorumdem solidorum existent in axibus B D, b d. igitur in eornm communi sectione E, scilicet in centris figurarum earundem centra grauitatum existent. quæ erant &c.

e *con.* 5.

f *hui.* 6.

PROPOSITIO XX. *Tab. VI. fig.* 32. In Prisma trapetio ABCDEG in quo MD excessus longitudinis maioris DC supra aciem AG æqualis sit latitudini basis ED. Reperiri debet cētrum grauitatis eiusdem solidi.

Ducto plano GLM par-lo tri-lo ABC, in prismate tri-lari ALCG per centra grauitatum K, O basium tri-larium ABC, GLM ducto axe KO, & secto bifariam in P. & per P ducto alio axe FPH par-lo AN axi
a h̄ui. 5 et 8. tri-li basis, erit *a* P centrum grauitatis prismatis ALCG, & FP erit dupla ipsius PH, & ideo qualium partium FH est 12 erit PH 4 partes. in pyramidea postea GLMDE
b h̄ui. 13. ducto axe GR *b* centrum grauitatis quod sit Q diuidet axim in protione tripla, & ducta QT par-la PO erit quoque FT tripla TH, & ideo qualium FH & 12 erit TH 3 partes, & proinde PT erit duodecima pars altitudinis FH, & est quarta in ordine ab H. tandem coniuncta PQ fiat QV ad VP vt triplum AG, seu CM ad duplum MD. Dico punctum V esse centrum grauitatis solidi ABCDEG. Ducatur VS par-la ipsis TQ, PO.
c IV. 2. 2. erit *c* TS ad SP vt QV ad VP compleatur deinde prisma tri-lare LX ME, erit pyramis *d* tri-laris GD
d VI. 28. EX. pars tertia prismatis LXME, & proinde eiusdem prismatis erit pyramis GLMDE duæ partes teriæ:
e VI. 30. & est *e* prisma AMBG ad prisma XMEG vt altitudo CM ad MD, (cum habeant communem basim) seu vt triplum CM ad triplum MD.
f III. 19. ergo *f* prisma AMBG ad pyramidem

dem GMDEL erit vt triplum CM seu AG ad duplum MD; & erat QV ad VP, seu TS ad SP vt tres AG ad duas MD. igitur punctum g V erit centrum grauitatis totius prist.trapetii. quod &c. g hui. 3

PROPOSITIO XXI. *Tab. VI. Fig. 33.* In conoide hyperbolico A CD, sit NO duodecima pars axis solidi AB, sed quarta in ordine a basi BC, & eius infima portio OI ad IN sit vt triplum lateris transuersi EA ad duplum axis AB. Dico quod panctum I est centrum grauitatis conoidis ACD.

Fiat pris-trapetium AHBG eodem axe AB, & acie AG æquali lateri transuerso EA hyperboles genitricis ACD, & par-mum basis L F habeat longitudinem LB æqualem EB, & latitudinem BF æqualem axi AB, erunt *a* conoides CA D, & pris-petium AHBG figuræ æquè altæ proportionaliter analogæ quare ducta PI parallela GA per centra grauitatum solidorum quæ supponãtur esse puncta P & I, diuidet eorum axes KM, AB in eisdem rationibus in punctis P & I. Sed, ex præcedenti, in quolibet prispetio cuius basis longitudinis maioris LB excessus supra aciem AG æqualis est latitudini BF eiusdem basis, centrum grauitatis P diuidit a conoid ex 15.

 axis

axis KM vnciam quartam à basi, ita vt pars infima homologa OI ad supremam homologam IN sit vt triplum AG, seu EA ad duplum BF,
b hu.14 seu BA. ergo pariter conoidis hyperbolici ACD centrum grauitatis diuidit eius axim AB similiter. ideoque punctum I erit centrum grauitatis conoidis ACD. Quod &c.

LEMMA V. *Tab. VI. fig. 34.* Si ex cylindro KGLO, auferatur conus KDO, eodem axe & super eadem basi cylindri constitutus. Dico quod centrum grauitatis cylindri excauati, diuidit communem axem in S, vt AS ad SD sit vt 5 ad 3.

Secetur AD bifariam in H, &
a hui.8 AN sit quarta pars ipsius AD, *a*
15. erit H centrum grauitatis cylindri, & N erit centrum grauitatis coni:
bVI.29 estque *b* conus tertia par cylindri eundem axim & basim habentis. ergo cylindrus excauatus duplus est sibi
c hui.3. inscripti coni; & proinde *c* cuiuslibet cylindri excauati centrum grauitatis abscindet portionem axis HI quæ semissis est HN. igitur qualium partium AD est 8 erit AH 4, & AN 2 partes, & HI vna pars. Quare tota AI est 5, & ID 3 partes. ergo puncta I & S coincidunt. poindeque punctum S erit centrum grauitatis cylindri excauati, quod diuidit axim vt AS ad SD sit vt 5 ad 3. Quod &c. PRO-

PROPOSITIO XXII. *Tab. VI. fig.* 35. In Hemiſphærio, vel ſemiſphæroide ABC, axis BD, ſi portio ſuprema BG ad GD fuerit vt quinque ad tria. Dico punctum G eſſe centrum grauitatis eiuſdem ſolidi ABC.

Eodem axe BD, & eadem baſe AC deſcribatur cylindrus excauatus EADFC, ſcilicet dempto cono ED F; & extenſo plano per axim BDR efficiet in ſphæra circulum, *a* in ſphæroide ellipſim BARC, & ducto vbicumque plano LQ parallelo baſi AC efficiet in ſphæra *b* vel ſphæroide circulum vel ellipſim NO ſimilem baſi AC, & in cylindro excauato efficiet zonam rotundam LM, QP. Et quia in coni triangulo ED F vt *c* recta EF ad MP, ita eſt BD ad HD; ergo vt *d* circulus vel ellipſis EF ad ei ſimilem figuram rotundam MP, ita eſt quadratum BD ad qua-tum HD, & per conuerſionem rationis, vt *e* figura rotunda EF, ſeu AC ad Zonam LM, QP ita erit qua-tum BD, ſeu rectangulum RDB ad rec-lum RHB, & ita quoque *f* erit quadratum ordinatæ AO ad qua-tum NH, vel *g* figura rotunda AC ad ei ſimilem figuram NO. quare baſis AC ad ei ſimilem figuram NO, & ad Zonam LMQP eandem proportionem habet. & hoc

a conoid. 5.
b cadē
c IV. 4.
d V. 12.
e V. 22.
f conic. 22.
g V. 12.

contingit vbicumque planum LQ ducatur. igitur solidum ABC & cylindrus excauatus AEDFC sunt
h *quad. par. def. 2.* *h* figuræ æquè altæ proportionaliter analogæ; & proinde in eis *i* centra
i *hu.* 14 grauitatum similiter diuidunt communem axim BD, scilicet in eodem
l *lem.* 5. puncto: sed in cylindris *l* excauatis qualis est AEDFC centrum grauitatis diuidit axim vt pars suprema ad infimam sit vt 5 ad 3. quod contingit in puncto G. ergo hemisphærij vel semisphæroidis centrum grauitatis est punctum G. Quod &c.

PROPOSITIO XXIII. *Tab. VI. Fig. 36.* Si conoides parabolicus AGDE secetur à plano BPC parallelo basi AED. Dico quod conoides AGD ad conoidem BGC est vt quadratum axis GH ad quadratum axis GI.

Fiant duo coni AGD, BGC circa axes, & super bases conoidum,
a VI, 31 & quia *a* pro-tio coni AGD ad conum BGC componitur ex ratione circuli AED ad circulum BPC, & ex ratione axis HG ad axim IG;
b *conic.* 21. estque *b* pro-tio basis ad basim eadē quam habent axes (cum vtraque sit duplicata applicatarum AD, BC in
c IV, 17 parabola) & duæ pro-tiones *c* HG ad GI, & eiusdem HG ad GI cōponunt rationem qua-ti HG ad qua-tū GI. igitur vt qua-tum HG ad quatum

tum

tum GI ita eſt conus AGD ad conũ BGC, ſeu d conoides AGD ad conoidem BGC, qui ſexquialteri ſunt conorum ſibi inſcriptorum. quod &c. d *con.* 10.

LEMMA VI. *Tab. VI. Fig.*37. Si quælibet recta linea AB ſecetur vtcunque in C, & tota eiuſque ſegmenta ſecentur in ijſdem rationibus in punctis D, E, F, vt ſcilicet AB ad BD, ſit vt AC ad CE, & vt BC ad CF. Dico ED æqualem eſſe BF.

Quia portio AC ad CE eſt vt reliqua portio BC ad CF. ergo a colligendo homologa, tota AB ad totam EF, erit vt vna ad vnam, ſeu vt eadem AB ad BD. igitur FE æqualis eſt ipſi BD, & addita vel ablata communi FD, erit ED æqualis BF. a 111. 15.

PROPOSITIO XXIV. *Tab. VII. Fig.* 1. In tri-li vel conoidis parabolici fruſto ABCD ſi eius axis IH duæ partes tertiæ HO ad portionẽ ſupremam LN trientis axis GH totius figuræ baſi AD proximi, fuerit vt differentia qua-torum ex AD, & ex BC ad qua-tum ex BC. Dico punctum N eſſe centrum grauitatis fruſti.

In complemento figuræ BGC fiat axis GI triplus portionis IK, ſi-

cut supponitur axis G H triplus
a lem 6 HL, & HI triplus IO. erit a KL
æqualis HO. & quia in tri-lis &
conoidibus parabolicis similibus A
b IV. 18. GD & BCG b vt qua-tum basis
AD ad qua-tum basis BC, siue vt
qua-tum axis HG ad qua-tum
axis GI, ita est tri-lus AGD ad
c hu.23 tri-lum BGC, & ita c quoque est
conoides AGD ad conoidem B
GC, ergo diuidendo vt differen-
tia quadratorum ex AD & ex
BC ad qua-tum ex BC, seu ex hy-
pothesi vt HO, vel ei æqualis KL
ad LN ita est frustum ABCD ad
d hui.5 17. figuram BGC; estque d L centrum
grauitatis totius AGD, cum GL
sit dupla LH, & pariter K est cen-
trum grauitatis figuræ partialis B
e hui.3 GC. igitur e N erit centrum gra-
uitatis residui frusti ABCD. quod
&c.

PROPOSITIO XXV. *Tab. VII. Fig. 2. 3.* In pyramidis, aut coni frusto AFDB si eius axis IH subsexqui quartũ HO ad LN portionẽ supremam infimi quadrantis HL axis GH integri solidi, fuerit vt differentia cuborum ex lateribus basium ad cubum ex basis latere minore. Dico punctum N esse centrum grauitatis frusti.

In complemento GBCF totius figuræ fiat kI quarta pars axis GL,

sicut

ficut fupponitur LH quadrans axis GH, & IO quadrans axis IH; vnde *a* KL æqualis erit HO, & L *b* erit centrum grauitatis folidi GADE. pariterque K erit centrum grauitatis pyramidis aut coni GBCF. & quia in fimilibus folidis *c* vt cubus ex bafis latere AD ad cubum ex latere BC ita eft pyramis, vel conus GADE ad fibi fimilem folidum GBCF: ergo diuidendo vt differentia cuborũ ex AD ex BC ad cubum ex BC feu ex hypothefi vt HO, vel ei æqualis KL ad LN, ita eft fruftum AFDB ad folidum GBCF; eftque L centrum grauitatis totius folidi GADE, & K eft centrum grauitatis folidi partialis BGCF. igitur *d* N erit centrum grauitatis refidui frufti AFDB. quod erat &c.

a *lem.6* b *huі.* 13.15. c VI. 37. d *hui.*3

PROPOSITIO XXVI. *Tab.VII. Fig.4.* Si ex parabola CBD fecetur alia parabola EBG à recta EG parla bafi CD. Dico quod parabola CBDad parabolã EBG eft vt cubus ex bafi CD ad cubum ex bafi EG.

Sit communis diameter BFA, & coniungantur rectæ BE, BC, BD, BG. Quia tri-lum *a* ABC ad tri-lum FBE pro-tionem compofitam habet ex ratione bafis CA ad bafim EF & ex ratione lateris eleuati AB ad æquè inclinatum latus FB;

a IV. 13.

b con. 21. FB; estque *b* AB ad BF vt qua-tum CA ad qua-tum EF. ergo tri-lum CAB ad tri-lum EFB pro-tionem compositam habet ex ratione lineæ CA ad EF & ex ratione qua-ti CA ad quadratum EF, sed hæ duæ pro-

c VI. ex.37. tiones componunt pro-tionem *c* cubi ex CA ad cubum ex EF. igitur tri-lum CAB ad tri-lum EFB, seu duplum tri-lum CBD ad du-

d quadr. parab.4. plum tri-lum EBG, vel illius *d* sexquitertia parabola CBD ad huius sexquitertiam parabolam EBG eandem pro-tionem habet quam cubus ex CA ad cubum ex EF, seu quam cubus ex dupla CD ad cubum ex dupla EG. quod &c.

PROPOSITIO XXVII. *Tab. VII. Fig.* 5. 6. In frusto parabolæ AB CD si eius axis IH tres quintæ partes LH ad LN portionem supremam duarũ quintarum axis GH integræ parabolæ, fuerint vt differentia cuborum ex basibus AD & BC ad cubum ex BC. Dico punctum N esse centrum grauitatis frusti ABCD.

In complemento parabolæ BGC fiat KI duæ quintæ partes axis GI, sicut supponebatur LH duæ quintæ partes axis GH, & IO 2 quintæ

a lem.5 axis IH; vnde *a* KL æqualis erit

b hui. 16. HO, & L *b* erit centrum grauitatis parabolæ AGD, paritérque K erit

cen-

centrum grauitatis parabolæ BGC. & quia *c* vt cubus ex AD ad cubum ex BC ita est parabola AGD ad parabolam BGC. ergo diuidendo vt differentia cuborum ex AD & ex BC ad cubum ex BC, seu vt HO, vel ei æqualis KL ad LN, ita est frustum ABCD ad parabolam BGC: estque L centrum grauitatis totius parabolæ AGD, & K est centrum grauitatis ablatæ parabolæ BGC. igitur *d* punctũ N erit centrũ grauitatis frusti ABCD. quod &c.

c hui. 26.

d hui. 3

ARCHIMEDIS

DE IIS QVAE VEHVNTVR IN FLVIDO.

OPus admirabile Archimedis de insidentibus fluido non extat grecè, sed eius traductionem à Commandino illustratam habemus, estque liber secundus adeo obscurus & confuso ordine traditus, vt genium Archimedis minime referat, quare suspicor ab aliquo non satis perito alteratum & deformatum fuisse. Vtcumque sit nos conati sumus post primum librum etiam secundum distincto ordine & perspicuo explanare, & insuper præter innatantium conoidum parabolicorum etiã posituras conorum innatantiũ adinuenimus & adiunximus ob argumenti affinitatem. DE-

DEFINITIONES.

Corpora fluida, siue solida, vel solida & fluida *æquè grauia absolutè* dicuntur, quotiescumq; eorum pon-
I. dera æqualia inter se fuerint, siue eorum moles sint æquales siue non. Vt vncia auri, vncia ligni, vncia aquæ
II. &c. dicuntur æque grauia absolutè, licet eorum moles sint inæquales.

Corpora vero homogenea solida siue fluida, vel solida & fluida dicũtur *æque grauia in specie*, si eorum moles æquales habuerint pondera absoluta æqualia interse. Vel moles
III. eandem pro-nem habuerint quam eorum pondera absoluta.

Duo corpora *diuersam* grauitatem *in specie* habere dicuntur quotiescumque sumptis molibus æqualibus eorum pondera absoluta inęqualia fuerint; vel absoluta pondera interse maiorem, aut minorem pro-tionem habuerint quam eorum moles habent.

SVPPOSITIONES.

I. Lamina cuiuscumque fluidi homogenei æquè alta, & continuata in situ horizontali quiescit æquilibrata; nempe non descendit eleuando partem collateralem, eamque expellendo è suo loco.

II. Corpora fluida, aut solida, quæ in fluido sursum, aut deorsum

ten-

tendunt, vnumquodq; nisum exercet, & moueri nititur per directionem per-larem ad horizontem, quæ per centrum grauitatis eius ducitur.

Laminæ fluidæ subiectæ æquidistantis horizontali supremæ fluidi superficiei; pars minus præssa à magis præssa sursum exprimitur ad instar libræ. *III.*

Vt hæ suppositiones & vniuersa doctrina inde dependens exactè percipiatur. Videndum est an & quomodo lamina fluida inferior horizontalis vsum libræ habeat. (in tab. VII. fig.7) Noto quod in vulgari libra CD æquilibrata à ponderibus A & B circa fulcimentum E fit quies ob indifferentiam quam habent pondera A, B ad motum, ita vt à quolibet corpusculo graui addito ipsi A subito libra flectatur impellendo sursum pondus B. verum si libra deficiat vt pondera inæqualia solo firmo innitantur, nunquam minus pondus B à quocumque vasto pondere collaterali A sursum exprimetur. Pari modo (tab. VII. fig.8.) in vase XZ cylindrico vel prismatico, si prismatis ligni leuissimi A basis explanata CE exactè tangat fundum vasis pariter explanatum, & reliquum spatium vasis B repleatur fluido quantumuis graui, vt est hydrargirum; nunquam tamen lignum A sursum exprimi-

primetur, quia nempe deficit libra subiecta mobilis, quæ est lamina fluida à qua per expressionem minus graue A à grauiori B collaterali sursum expellatur.

Et nè quis ad vacui horroris vanum refugium recurrat, obseruet quod (tab. VII. fig. 9.) perforato fundo vasis XZ in CE, vt basis columnæ ligneæ A tangat perimetrum subtilissimum orificij CE non exactè, vt inde fluidum grauius B per rimas effluere possit, & includatur vas XZ intra aliud vas RST: tunc lignum non subleuabitur à laterali fluido B quandiu fluidum effusum non attingit altitudinem GH; vt repleto omnino spatio GSTI motu reflexo fluidum B exprimat sursum lignum A. ex quo phænomeno euincitur veritas Archimedei pronunciati, quod nimirum lamina subiecta GSTH fluidi horizontalis vsum libræ prestat, cuius pars CE minus pressa à ligno leuiori A à magis pressa à fluido grauiori B sursum motu reflexo expellatur, seu exprimatur.

PROPOSITIO I. *Tab. VII. Fig.* 10. Si solidum S, & fluidum AMD æque grauia specie fuerint; solidi tota moles demersa superficiem supremam fluidi attingendo, vel vbique intra fluidum innatando quiescet.

Sit

Sit vas XBCZ repletum fluido illo homogeneo vſque ad ſuperficiem horizontalem AD, ad quam latera vaſis ſint perpendicularia, ſitque ſolidum S paral-pipedium. Et concipiatur ſpatium fluidi AEFG æquale & ſimile ſolido S, extendanturque per baſes AG, EF plana AD, EH parallela horizontali ſuperficiei fluidi. Manifeſtum eſt laminam integram ADHE compoſitam ex fluidis homogeneis par-pipedis AF, GH omnino *a* quieſcere æquilibratam; cum tota ſit explanata, æquè alta, vniformiter grauis, innixa ſuper libram fluidam EH horizontaliter extenſam, continuatam, quieſcentem & æquilibratam, cuius omnes partes æquè comprimuntur circa libræ intermedium fulcimentum M. Verum ſi tollatur fluidum contentum in ſpatio AEFG, & in eodem loco reponatur ſolidum S ęquè graue ac eſt fluidum, quod in eodem ſpatio ei æquale & ſimile continebatur, neceſſe eſt vt lamina compoſita ex ſolido S & fluido collaterali GFHD ibidem quieſcat æquilibrata vt prius. quia ſubiectæ libræ fluidæ brachia EM, MH æquè premuntur à molibus æquè altis & æquè ponderoſis ſolidi S, & fluidi FD. igitur demerſo ſolido S vt confinium eius ſupremum attingat fluidi ſuperficiem quieſcet ibidem. Si ve-

a sup. 1.

Si verò ſolidum S in profundiori ſitu fluidi innatet, ſimili modo cum fluido collaterali componet laminam æque altam & vniformiter ponderoſam; proindequè ibidem quieſcet.

Si poſtea (*Tab. VII. fig.* 11.) moles ſolida S æquè alta, ſed maior, vel minor fuerit collaterali fluido GFHD, non minus fiet æquilibrium; quia in libra ſubiecta fluida EH bifariam ſecta in M, non ex diſtantijs æqualibus ab M; ſed inæqualibus reciprocè proportionalibus ipſis molibus, ſeu eorum ponderibus ſuſpenduntur S, ſeu AF, & GH. & ideo ex legibus mechanicis innatando *b* ſolidum S quieſcet intra fluidum. quod erat &c.

b æquip. 3.

Corollarium. Hinc liquet, quod ſi ſolidi demerſi grauitas abſoluta æqualis fuerit ponderi fluidi, quod in ſpatio ab illo occupato continebatur. Solidum ibidem quieſcet æquilibratum; & è contra.

Quia ex eo quod ſolidum S, & fluidum AFG ſunt æqualia mole & grauitate obſoluta, & ideo ſpecifica oſtenſum eſt ſolidum intra fluidum quieſcere æquilibratum. Et è contra.

PROPOSITIO II. *Tab. VII. Fig.* 12. Solidum SR minus graue ſpe-

cie, ac eſt fluidum M, non demergetur totum, ſed aliqua eius portio extabit ſupra fluidi ſuperficiem. Et partis demerſæ moles erit æqualis fluidi moli, quæ æquè pendit ac totum ſolidum.

Quia ſolidum SR ſupponitur minus graue ſpecie quam ſit fluidum. ergo *a* aliqua moles fluidi minor quam SR æquè ponderoſa erit, ac ſolidum SR; ſit talis moles fluidi IEFK. Manifeſtum eſt totam laminam fluidam IEHD æquè altam, parallelam horizonti quieſcere æquilibratam. Si iam tollatur fluidum contentum in ſpatio IEFK, & in eodem loco ponatur ſolidum SR, hoc totum inſinuari non poterit in ſpatio minori ſua integra mole, & propterea excipiet ſolummodo portionem eius cuius eſt capax, quam ſupponamus eſſe R; & ideo reliqua portio S extabit in ſpatio AIKG ſupra fluidi IKD ſuperficiem. Et quia pondus totius SR æquale eſt ponderi abſoluto fluidi IEFK à portione R occupato. ergo *b* libra fluida ſubiecta EMH in parte EF æquè premitur à toto ſolido SR ac prius à fluido IEFK premebatur, igitur ſolidum SR demerſa parte eius R quieſcet æquilibratum cum collaterali fluido FHDK, ſicuti tota lamina fluida IEKD prius quieſcebat. & proinde pondus abſolutum fluidi IEFK

a *def.* 3.

b *sup. ex*

IEFK mole æqualis parti demersæ R erit æquale ponderi totius solidi SR, cuius portio S extat. Quod &c.

PROPOSITIO III. *Tab. VII. Fig. 13.* Solidum S fluido leuius in eo demersum tanta vi sursum nititur moueri, quanta est differentia ponderum fluidi & solidi mole æqualium.

Sit solidi S absoluta grauitas L, & fluidi AEFG cuius moles æqualis sit solido S sit grauitas absoluta LM. Dico quod vis qua solidum S nititur exurgere ex eodem, fluido, in quo sit demersum æqualis est ponderi M. Reperiatur R solidum cuius pondus sit æquale M, & hoc incumbat super solidum S positum in spatio GAF ei æquale. & quia LM est grauitas tam fluidi AE FG æqualis moli demersæ S, quam amborũ solidorũ R&S ergo *a* innatando fiet equilibrium extante mole R: cumq; S detineatur demersum ab ipso pondere M incumbentis solidi R; & tantam vim facit S vt sursum, ascendat, quanta exercetur à pondere ipsius R prohibente eius ascensum. Igitur vis quam facit S sursum tendendo æqualis est eidem, ponderi M. Quod &c.

a hui. 2.

PRO-

PROPOSITIO IV. *Tab. VII. Fig.* 14. Solidum SR grauius fluido F in eo defcendit, at grauitas quam in eo exercet minor eft pondere abfoluto eius, quanta eft grauitas fluidi habentis molem æqualem portioni demerfę folidi.

Aptetur libra HL radiorum æqualium, qua mediante pondus P fufpendat folidum RS in fluido pofitum, eumque in quiete retineat. Et quia folidum RS dum innatat in fluido F fufpenfum à pondere P quiefcit æquilibratum. ergo *a* in tali ftatu quietis folidum RS æquè pendit ac moles fluidi F æqualis moli demerfæ S. quare pondus abfolutum SR abfque pondere P ęquale eft ponderi fluidi F, & ideo pondus P æquale eft ei quod SR exercet in fluido: & hoc deficit à pondere totali SR quanta eft grauitas fluidi F mole æqualis parti demerfæ S. & hoc erat &c. *a huius.1.*

PROPOSITIO V. *Tab. VII. Fig.* 15. Si folidum SR leuius fluido F in eo quieuerit innatando: Dico quod folidum ad fluidum eam in fpecifica grauitate proportionem habet, quam pars demerfa R ad totum folidum SR, & fi pars demerfa R ad totum folidũ SR fuerit vt grauitas folidi in fpecie ad fluidi grauitatem; folidum in tali fitu quiefcet.

fece-

Secetur moles fluidi F æqualis parti demersæ R. Et quia solidum RS supponitur quiescere in fluido æquilibratum. ergo *a* RS æquè grauitat ac fluidi moles F. quare pondus absolutū eiusdem partis R eandē proportionē habet ad duo pondera absoluta æqualia fluidi F, & solidi SR; sed vt R ad F ei æqualem mole *b* ita est in specie grauitas solidi ad fluidi grauitatem. igitur moles demersa R ad totum solidum RS erit vt grauitas in specie solidi ad fluidum.

a *huius.* 2.

b *def.* 3

Postea in conuersa hypothesi. Quia demersa pars R ad totam molem RS, seu *c* pondus absolutum R ad pondus SR est vt grauitas solidi ad fluidi grauitatem in specie, seu vt *d* pondus absolutum R ad pondus F (cum habeant moles æquales) Ergo absolutè æquè grauitat RS ac fluidi moles F: proindeque *e* solidum SR in tali situ quiescet. Quod &c.

c *def.* 2.

d *def.* 3

e *huius.* 2.

Et hæc præclara theoremata alia methodo Archimedes tradidit de insidentibus in vno singulari fluido. Restant ea quæ contingunt solidis insidentibus in pluribus fluidis inæqualium grauitatum, specificarum.

Et primo si vas repletum fuerit à duobus, vel pluribus diuersis fluidis solida existentia in vno tantum ex

dictis

dictis fluidis innatabunt ijsdem legibus expositis n superioribus propositionibus.

PROPOSITIO VI. *Tab. VII. Fig.* 16. Si solidum RS fuerit grauius specie duobus fluidis G & F à quibus portiones eius tegantur: grauitas quam in eis exercet minor est pondere eius absoluto, qua est grauitas fluidorum mole æqualium portionibus demersis solidi.

Hoc demonstratur eodem modo ac quarta. facta eadem preparatione. Quia æquilibrato solido RS in fluidis demerso cum pondere P. erit pondus P æquale ei quod solidum in fluidis exercet. quare patet propositum.

PROPOSITIO VII. *Tab. VII. Fig.* 17. Si solidum RS columnare in duobus fluidis demersum grauius sit supremo G & leuius infimo fluido F. reperiri debet situs intèr fluida in quo solidum quiescat cum eisdem æquilibratum.

Vt grauitas solidi RS ad grauitatem in specie fluidi leuioris G, ita fiat CB ad BD, & ponatur AE æqualis priorum differentiæ CD; & vt grauitas in specie fluidi F ad grauitatem eiusdem solidi SR, ita fiat AK ad KE; fecetur que solidi columnaris altitudo à plano IL parallelo

lelo basibus, vt SLI ad RIL sit sicuti EK ad CB; apteturque solidum, vt planum IL iaceat in confinio fluidorum LO. Ostendendum est in tali situ solidum quiescere æquilibratum. extensis planis basium solidi, fiant columnæ fluidæ FLO æqualis, & æquè alta ipsi SIL, pariterque columna GOL æqualis & æquè alta ipsi RLI. quia grauitas absoluta fluidi FLO ad pondus absolutum solidi SLI mole æqualis, se habet vt
a def. 3 AK ad KE, nempe vt *a* grauitates in specie; & grauitas absoluta solidi SLI ad pondus solidi RLI sibi homogeneum est vt EK ad CB,
b def. 2. nempe *b* vt moles ad molem; & tandem vt grauitas absoluta RLI ad absolutam grauitatem fluidi ei æqualis mole GOL, ita est CB ad BD. ergo posita AK mensura ponderis absoluti fluidi FLO erit KE mensura ponderis absoluti solidi SLI, atque CB erit pondus solidi RIL, & BD erit pondus absolutum fluidi GOL: cumque eorumdem ponderum differentiæ AE, CD sint æquales, additæ eidem summæ KE, & BD, consurget aggregatum extremorum ponderum KA & BD æquale aggregato ponderum ex BC, & KE. igitur columna solida RS æqualis est mole & grauitate columnæ GF ex
d hui. 1 fluidis compositæ; & proinde illa *d* quiescet æquilibrata in eodem situ inter fluida. Quod

Quod vero in tali ſitu tantummodo ſolidum quieſcat ſic oſtendetur. Depreſſā columna RS infra confinium ILO, vt nimirum inferior homogenea grauior moles FMN maior ſit mole FLO exceſſui LN, & tantundem ſuprema leuior moles deficiat; quia vero ijſdem ponderibus FLO & GMN adduntur duo inæqualia pondera ſcilicet grauius LN homogeneum ipſi F, poſtea leuius NL homogeneum ipſi G. ergo duæ moles grauior MFN, & leuior MGN ſimul ſumptæ ponderoſiores ſunt duabus molibus LFO grauiore & LGO leuiore ſimul ſumptis; & his æqualis *e* erat pondere abſoluto columna RS. ergo hæc *f* à fluidis MFN, & MGN grauiorem columnam ſed ei æqualem mole componentibus ſurſum exprimetur. E contra ſi ſolidum ſupra confinium ILO ſubleuetur; tunc ſolidum grauius erit fluidis collateralibus; & proinde in eis deſcendet. Quod &c. *e ex p. 1* *f hui. 2.*

Poſtquam Archimedes expoſuit cauſas & modos quibus fluida admittunt vel exprimunt ſolida, modo conſiderat, quæ nam conſiſtant, aut reuoluantur innatando in fluidum: agitque ſolummodo de ſegmentis ſphæræ & conoidis parabolici, methodo perplexa & obſcura. nos vero conabimur hanc doctrinam ampliorem & clariorem reddere.

PROPOSITIO VIII. *Tab VII. Fig.* 18. 19. Solidi A B C D homogenei leuioris fluido in eo innatantis, si recta GH coniungens centra grauitatum H partis demersæ, & G extantis perpendicularis fuerit ad superficiem fluidi EF. Dico quod solidum quiescet in tali erecta positura; si verò GH inclinata fuerit ad EF solidum reuoluetur ad partes anguli acuti.

a *hui.* 2 Quia pondus *a* totius solidi ABCD æquale est ponderi fluidi molem æqualem parti demersæ BCD habentis. ergo eodem excessu pondera solidi ABC & fluidi BCD superant pondus partis solidi demersæ

b *hui.* 3 BCD. Sed vis *b* qua solidum BCD nititur ascendere æqualis est eidem excessui. igitur vis qua pars demersa nititur ascendere æqualis est vi qua extans portio ABD nititur descendere.

c *sup.* 2 Verum hæ duæ vires contrariæ æquales interse, nisum exercent *c* per directiones perpendiculares ad horizontem, seu ad superficiem fluidi EF. ergo in primo casu quando recta GH est perpendicularis ad EF per eandem lineam rectam GH pars extans BAD impellitur deorsum, qua pars demersa sursum fertur; nec deuiant ab eodem itinere GH. quare æquatis viribus necesse

est

est vt se mutuò impediant & quiescant; & proinde totum solidum A C in tali situ stabiliter persistet.

At quando recta GH inclinata est ad superficiem fluidi & horizontis EF, tunc ductis GL, & HM perpendicularibus ad planum EF. patet quod *d* nisus partium extantis & demersę fiunt per easdem perpendiculares GL, & HM, quæ non coincidunt, & ideo in libra GH circa fulcimentum I termini extremi G & H impelluntur ad oppositas plagas non per eandem lineam directionis scilicet G deorsum versus L, & H sursum ad M. igitur necessario libra GH flectetur versus angulos acutos GIL,& HIM;& proinde solidum ACreuoluetur ad easdem partes quod &c. *d sup. 2*

Scholium Tabula VII. Fig. 20. Manifestum est quod si longitudo L M eiusdem homogenei solidi columnaris AC inclinetur ad superficiem fluidi EF non redibit ad situationem erectam, sed magis se inclinando quiescet in situ parallelo ad fluidi superficiem

Ducta NI perpendiculari ad superficiem fluidi EF, & ductis axibus columnæ LM, OP. Quia in quacumque columnæ positura inclinata nunquam portionis extantis centrum grauitatis G cadit super N

I perpendiculari ad EF, sed semper declinabit ad partem sinistram in qua solidum existit, & sic quoque centrum grauitatis H declinabit ad dexteram eiusdem NI. quare pars extans deprimetur & demersa eleuabitur, quousque perducto axe longiori LM ad situm parallelum fluidi plano; centra grauitatum partium extantis & demersæ cadent in recta OP perpendiculari ad LM & ad superficiem fluidi. & proinde in hoc situ quiescet.

Percipimus quoque quod in eisdem columnis quarum centrum grauitatis est demersum: vera causa reductionis ad situm stabilitatis non est descensus aut maior depressio centri grauitatis totius eiusdem solidi, cum in casu enarrato tale centrum potius ascendat.

PROPOSITIO IX. *Tab. VII. Fig.* 21. Si eiusdem sphæræ duo segmenta ABC & GFH habuerint bases AC, GH nec parallelæ nec se mutuo secantes, sitque L centrum grauitatis segmenti compræhensi GFH, & punctum O sit centrum grauitatis residui AGHC. Dico quod recta LO efficit cum base GH angulum acutum OIG.

Sint axes segmentorum DB, & KF, se secantes in centro sphæræ E, & ducto per axes plano Circuli ma-

maximi, patet quod axes sunt diametri & secant bifariam *a* & perpendiculariter bases AC, GH. & quia centrum *b* grauitatis totius sphæræ E cadit inter centra grauitatum partium eius, ergo centrum grauitatis segmenti ABC cadit in axe DB vltra E ad partes B, quod sit N: pariterque L centrum grauitatis segmenti GFE cadit in axe KL inter E & F. & coniuncta recta LN, hæc transibit *c* per O centrum grauitatis reliquæ portionis AGHC totius segmenti ABC. Et quia N centrum grauitatis totius segmenti ABC distat à centro sphæræ E. ergo recta LNO non concidit cum recta LEK, sed cum ea angulum KLO efficiet; estque LK *d* perpendicularis ad GH. igitur LNO *e* inclinata est ad GH & efficiet angulum acutum LIK seu OIG ad partes A, G vbi nimirum plana AC, CH maximè ab inuicem recedunt. vt erat propositum.

a 11. 2.
b aqui pon. 3. cor.
c cadē
d 11. 3.
e 1. 18.

PROPOSITIO X. *Tab.VII. Fig.* 22, 23. Si portionis sphæræ homogeneæ ABC fluido leuioris basis AC tota emineat vel tota demersa sit infra fluidi superficiem horizontalem GF, eiusque axis DB inclinatus sit ad GF. Dico quod segmentum ABC flectetur quousque rectam posituram acquirat.

Sit V centrum grauitatis totius segmenti ABC, & I sit centrum grauitatis portionis extantis vel demersæ GEF & residui AFGC sit centrum grauitatis punctum O, iungaturque IVO secans GF in N. Et quia axis BD inclinatus est ad GF & est perp-laris ad C A. ergo *a* AC, & FG non sunt parallelæ, nec se mutuo secant, cum AC tota emineat vel tota demersa sit infra fluidi superficiem FE. igitur *b* IO inclinata erit ad FG, cumqua efficiet acutum angulum ONF ad partes ab inuicem remotas A & F. Quare *c* solidum ABC non quiescet, sed flectetur ad partes F, A, nempe ad partes anguli acuti ONF. Et hoc tandiu efficietur quousque axis DB perpendicularis fiat ad FG, quando *d* nimirum in erecta positura quiescere debet. Quod erat &c.

a I. ex 14.

b *hui.* 9

c *hui.* 8

d *hui.* 8

PROPOSITIO XI. *Tab. VII. Fig.* 24. 25. In recta parabola ABC ordinata GF propinquior sit basi C A, quam vertici B. Dico quod omnium obliquarum parabolarum quæ intra eam abscindi possunt quarum diametri insistant super GF, duæ tantum habebunt basium terminos coincidentes in A. Reliquarum vero quarum diametri ab illis duabus intercipiuntur basium termini cadunt infra A; quarum autem diami-

tri

tri existunt ad earundem latera. basium termini cadunt supra A.

Secetur ER æqualis ED, & per R ducatur ordinata IRL, coniunganturque rectæ IA, LA. Quia IL, EF, DA interse parallelæ (cum *a* ordinatè ductæ sint) secant tres rectas RD, IA, LA *b* proportionaliter. ergo IA & LA secantur bifariam in H & K, sicuti RD in E bipartita erat; eductis postea ex H, K duæ HS, KT parallellæ axi DB, *c* erunt illæ diametri parabolarum obliquarum ASI, & ATL quarum diametri insistunt super EF, & bases conueniunt in A.

a conic. 21. b IV. 2

c conic. ex 22.

Postea inter H & K sumpto quolibet puncto e in recta EF, & ducatur eb parallela diametro BD, & à puncto A ducatur A g m parallela tangenti parabolam in b, erit *d* A m bifariam secta à diametro e b in f; sed eius portio h A *e* bifariam secatur in g (sicut IA in H, ob parallelas I h, E g F) ergo f A semissis totius maior est quam g A; & proinde punctum f cadit supra rectam EgF, & ideo supra punctum e ad partes verticis b. ducta igitur per e recta c e a parallela ordinatæ m A, erit c a basis parabolæ a b c incidens in parabolam CBA infra punctum A in a; eiusque diameter b e insistet super EF.

d conic. ex 39.

e IV. 2.

Tertio sumpto quolibet puncto O

in recta GF inter H & G, vel inter K & F, & ducta recta AOM secante IL in P. patet *f* quod AO maior est quam OM (eo quod tota AP à parallelis LIP, DA, & FEO secatur in duas partes æquales in O, sicuti RD in E bissecta erat) igitur secta MA bifariam in N cadet punctum N infra ordinatam GF; & à puncto N ducatur NY parallela axi BD secans EF in V, erit *g* NY diameter, & per V ducatur XVZ parallela AM, secabitur XZ bifariam in V à diametro VY. & ideo parabola X YZ inclusa erit intra segmentum A YM, proindeque terminus x basis cadet supra A, & illius diameter Y V insistet super eandem ordinatam EF. Quod erat &c.

f IV. 2. *g* conie. ex 39.

DEFINITIONES SECVNDÆ

IV. Binæ qualibet trium expositarum parabolarum vocentur Parabolæ *conterminalium basium*, quarum ABI, quæ axim secat est maior: Obliqua ATL axim non attingens erit minor.

V. Segmentum subsexquialterum diametri Paraboles, vel conoidis ab ea geniti à vertice, vt BE, vel SQ vocetur *Radius* eius.

VI. Et radij extremum punctum E vel Q vocetur *Centrum*.

VII. Et duæ ad axim ordinatæ CA, IL

IL comprӕhendentes bases obliquas conterminales si abſciderint RD æqualem duabus tertijs axis. Vocentur *baſes Fruſti*.

PROPOSITIO XII. *Tab. VII. Fig.* 26. Si duæ velplures Parabolæ ABC, AEC, & AGC eodem axe BGIE ſuper eandem baſim AC conſtitutæ fuerint. Dico quod axis BI E & quælibet alia recta OMPN axi parallela ſectæ erunt in eiſdem rationibus à parabolis & à communi baſi. ſcilicet EB ad BI erit vt NO ad OP, & EB ad BG, vt NO ad OM, nec non EG ad GB erit vt NM ad OM.

A punctis interſectionum O, M, N ducantur ad axim ordinatim applicatæ *a* OF, MD, NK, quæ parallelæ & æquales erunt ipſi PI, in parallelogramis. Et quia in parabola ABC *b* vt abſciſſa IB ad BF, ita eſt quadratum AI ad quadratum OF, ſeu PI. erit per conuerſionem rationis vt BI ad FI, ſeu ad ei æqualem OP, ita *c* quadratum AI ad rectangulum APC: eadem ratione in parabola AEC vt idem quadratum AI ad idem rectangulum APC, ita erit EI ad NP; & ita quoque in parabola AGC erit GI ad MP, quare ſummæ vel differentiæ terminorum in eadem ratione erunt, ſcilicet EB ad NO erit

a conic. ex 21.

b eandē

c V. 22 corol.

vt IB ad PO, & vt BG ad OM, atque vt EG ad NM; & permutando EB ad BI erit vt NO ad OP, & vt EB ad BG ita erit NO ad OM, atque EG ad GB erit vt NM ad OM. Quare &c.

PROPOSITIO XIII. *Tab. VII. Fig.* 27. In recta perabola ABC, cuius axis BD femilatus rectum BX secta sit obliqua parabola IHM, cuius basis IM, diameter HF, si a quolibet eius puncto G ducantur GO perpendicularis ad axim, & GE obliqua incidens infra GO versus basim eamque secans in N. Dico quod angulus GNM est rectus si intercepta OE æqualis fuerit semierecto BX: eritque acutus si OE maior fuerit quam BX; & obtusus si illa minor fuerit.

Ex vertice H ducantur tangens HL & perpendicularis HS ad axim, & HR parallela GE. patet quod triangulum HSR *a* simile & equilaterum est triangulo GOE, ob æquidistantiam laterum, & diametrorũ RO; HG. ergo RS æqualis est EO, quæ primo sit æqualis semierecto BX. Et quia *b* quadratum HS aquale est duplo rectanguli SBX, seu BSR; & est *c* LS dupla BS ob tangentem HL, & ordinatam HS ad diametrum BD ductas. ergo rectangulum LSR æquale est quadrato HS

a IV.7.

b conic. 23.

c conic. 32.

per-

perp-laris ad LR. quare *d* angulus L HR rectus erit, & est MI par-la tangenti HL, & EG est par-la RH. igitur angulus *e* GNM rectus quoq; erit, vtpote æqualis recto RHL. Si postea obliqua GP intercipiat OP maiorem quam BX, seu quam OE. patet *f* quod rectæ GP, & MN continent angulum GTM acutum, scilicet minorem recto GNT. Si vero GQ intercipiat OQ minorem quam BX seu OE efficiet angulum GVM obtusum. quæ &c.

d IV. ex 9.

e IV. ex 7.

f I. ex 18. cor.

PROPOSITIO XIV. *Tab. VII. Fig.* 28. In recta parabola ABC cuius radij EB triens EF sit æqualis semi erecto EX eiusdem parabolæ. Abscindi potest intra eam alia parabola obliqua; itaut recta coniungens centra perp-laris sit ad basim obliquæ paraboles.

A punctis E & F ducantur EG, FL ordinatæ ad axim; & ducatur *a* obliqua parabola AOI cuius basis conterminalis sit basi CA, eiusque diameter CK insistat super GE, & secet FL in M. & *b* axe EX vertice E & semi basi FL fiat parabola EL, quæ secet diametrum Ok in N puncto, quod cadet inter K & M scilicet intra parabolam AOI. & per N ducatur RNS par-la AI. quæ cadet intra parabolam AOI; & ideo intra parabolam ABC. tandem

a huj. 21.

b conic. 25.

coniungatur recta ME secans basim RS in Z. Et quoniam duæ parabolæ BOL & ENL eundem axem BE habentes super communem semi basim LF insistunt. Ergo *c* sicut est BF ad FE, ita erit OM ad MN; proindeque NM triens quoque erit diametri NO; & ideo *d* M erit centrum paraboles ROS. cumque à puncto M ad axim BD ducantur perp-laris MF & obliquè incidens ME, quæ intercipiunt FE ex hypothesi æqualem semi erecto parabolæ ABC. ergo *e* recta ME perp-laris est ad basim obliquam RS. quod erat &c.

c *hui.* 12.

d *def.* 6

hui. 13.

PROPOSITIO XV. *Tab. VII. Fig.* 19. Ijsdem positis sit EX triens radij EB, sitque EX minor quam semierectus EF, & EF minor sit quam radius EB eiusdem parabolæ ABC. idipsum effici potest, quod in præcedenti problemate.

Facta rursus *a* parabola AOI conterminalis basis cuius diameter OK insistat super EG: & sit M occursus OK, & FM par-læ basi CA vel EG, & axi FX vertice X & semibase MF fiat *b* alia parabola XML, quæ secet parabolam ABC in L, ducaturque ad axim ordinata PL, & eodem axe PE vertice E, semibasi LP fiat *c* alia parabola ENL secans diametrum KO in N; & per N ducta

a *hui.* 11.

b *conic.* 25.

c *eadē.*

cta RS par-la AI, erit parabola RSO comprȩhensa à parabola ABC; & coniuncta ME secans basim RS in Z. Quia tres parabolȩ BL, XL, & EL communem axim EXB, & semi basim PL habent. ergo *d* sicut EX triens est ipsius EB, sic quoque MN triẽs erit diametri ON; & ideo *e* M erit centrum paraboles ROS. Cumque duȩ MF perp-laris ad axim, & ME obliqua comprȩhendant FE ȩqualem semirecto parabolȩ ABC. ergo *f* ME perp-laris est ad RS. quod &c.

d *huj.* 12.

e *def.* 6.

f *huj.* 13.

PROPOSITIO XVI. *Tab. VII. fig.* 30. 31. 32. Iisdem positis radii triens EX maior sit quam semi erectus FE, & secta maiori, vel minore ex obliquis parabolis conterminalium basium AOI; & EX ad XF (in maiori conterminalium) habeat candem vel maiorem rationem, at (in minori conterminalium) minorem pro-tionem quam qua-tum EG, ad qua-tum EK, seu FM. Dico quod coniuncta ME perp-laris esse potest ad basim AI.

Primo in fig. 30. Sit EX ad XF vt qua-tum EG ad qua-tum EK, vel FM. ergo *a* puncta X, M, G sunt in eadem parabola, cuius axis XE, vertex X, & semi basis EG. quare sicuti EX triens est ipsius EB, sic *b* KM triens erit diametri KO. &

a *conic.* 21.

b *huj.* 12.

pro-

proinde, vt prius dictum est erit
c hui. 14. & 15. c ME perp-laris ad AI.
Secundo in eadem obliqua maiori conterminalium habeat EX ad XF maiorem rationem quam qua-tum EG ad qua-tum EK seu FM, & axi
d conic. 25. XE, vertice X, semi basi FM fiat d parabola XMQ, quæ secet basim EG in Q. erit e EX ad XF, seu
e con. 21 & III. 1. qua-tum EQ ad qua-tum FM in maiori pro-tione quam qua-tum EG ad qua-tum eiusdem FM; & ideo recta EQ maior erit quam EG. ergo parabola XMQ secabit parabolam BGA alicubi vt in puncto L posito inter G & T; quare poterit
f eandē. duci f alia parabola ENL axi EX vertice E transiens per punctum L, quæ secabit diametrum KO in N puncto posito inter K & M; & per N ducta RNS par-la basi AI, cadet parabola RSO intra parabolam ABC. & g M erit centrum eius,
g def. 6. & hui. 12. (cum MN sit triens diametri ON, sicut XE triens erat ipsius BE) & vt prius dictum est recta ME perp-laris erit ad vtramque AI & RS.

Tertio prop-tio EX ad XF sit minor quam qua-tum EG ad quadratum FM in minori parabola conterminalium basium (fig. 32.) Producta FM secet rectam parabolam in T. & quia EX ad XF prop-tio maior est quam EB ad BF (eo quod inequalibus EX, XF additur

com-

communis XB) estque *h* EB ad BF vt qua-tum EG ad qua-tum FT. ergo EX ad XF est in maiori ratione quam sit qua-tum EG ad qua-tum FT, & erat ratio qua-ti EG ad qua-tum FM maior quam EX ad XF. quare quadrati EG ad qua-tum FM prop-tio maior est ratione eiusdem qua-ti EG ad qua-tum FT. & ideo FT maior erit quam FM. poterit ergo secari MT alicubi in Z, vt qua-tum EG ad qua-tum FZ maiorem rationem habeat quam EX ad XF. & *i* per Z ducta diametro QZV inclusæ parabolæ RQS vt Z sit eius centrum, & coniuncta ZE ostendetur vt prius, quod ZE perp-laris est ad basim RS. quod erat &c. *h con. 21.* *i hu. 11.*

LEMMA *Tab. VII. Fig. 33.* Si in recta parabola ABM fiant parabolæ obliquæ conterminalium basium A OI maior, & AOL minor, quarum bases comprahendantur ab ordinatis IL, MA; & ducantur IC, & L c par-læ axi, secenturq; CA, & c A bifariam in H, & h. Dico quod in maiori obliqua, rec-lum MCA æquale est rec-lo sub differentia ordinatarum MA, IL in AH; & in minori obliqua rec-lum McA æquale est rec-lo sub summa MA, IL in Ah.

Quia rec-lum MCA in obliqua maiori *a* æquale est rec-lo sub MC *a IV. ex 8.*

&

& dupla CH, seu rec-lo sub CH vel HA & duplo MC vel MC cum cA; scilicet sub HA & differentia ipsarum MA & IL. verum in obliqua minori parabola AoL, quia rec-lum McA æquale est rec-lo sub Mc & duplo hA, seu rec-lo sub hA, & duplo Mc, estque duplum Mc æquale aggregato duarum MA, IL. ergo rec-lum McA æquale est rec-lo comprahenso à summa ordinatarum MA, IL in hA. quod &c.

PROPOSITIO XVII. *Tab. VII. in eadem figura*. Si ordinatæ ad axim MA, & IL comprahendentes bases obliquas IA, LA abscindant axis segmentum VD quod sit duæ tertiæ axis BD. Dico quod radius axis EB ad OS radium obliquę maioris, est vt differentia ordinatarum ad axim ad sextantem summæ earundem, & ad radium ZO obliquæ minoris est vt summa ordinatarum ad axim MA, IL ad sextantem differentiæ earundem.

a IV. 2. & con. 21) Productis radijs secabitur a CA bifariã in H sicuti IA basis secabatur bifariam in K; pariterque cA secabitur bifariam in h, eritque MC semidifferentia ordinatarum MA, IL. Quia in maiori conterminalium

b con. 21 et V. ex 22. cor. b IC, seu ei æqualis BE ad OH est vt rec-lum MCA, seu (ex præcedenti lemmate) vt ei æquale rec-lum

sub

sub duplo MC in HA ad rec-lum MHA; & BE ad sub duplam KH est e vt rec-lum dupli MC in HA ad rec-lum MC in AH. ergo BE ad OK differentiam consequentium est vt rec-lum ex duplo MC in HA ad qua-tum HA, quod est differentia consequentium rec-gulorũ MC in HA, & MH in HA, seu erit vt duplum MC ad HA, ob communem altitudinem HA rec-lorum; estque tandem d OK ad radium OS vt 3 ad 2, & vt HA ad duas tertias ipsius HA. igitur ex æquali BE ad OS est vt duplum MC ad duas tertias HA. & quia HA semissis est CA, & CA est semissis summæ MA, IL. ergo qualium partium summa MA, IL est 12 erit HA 3. & ideo BE ad OS erit vt duplum MC, seu differentia ipsarum MA, IL ad 2 tertias ipsius HA, seu ad 2 duodecimas, seu ad sextantem summæ earundem MA, IL.

c IV. 1.

d def. 6.

Postea in minori conterminalium Lc seu BE ad oh ostendetur e vt rec-lum dupli Mc in hA ad rec-lum MhA; & BE ad differentiam KO erit vt rec-lum dupli Mc in hA ad qua-tum ha, seu vt dupla Mc ad hA & Ko ad radium Zo est vt hA ad duas tertias eius, estque hA quarta pars scilicet 3. duodecimæ differentię ipsarum MA, IL. ergo BE ad Zo

e vt in par. 1.

est

est vt duplum Mc, seu summa ipsarum MA, IL ad 2 duodecimas, seu ad sextantem differentiæ earundem. quod &c.

Corollarium. Hinc patet *in figura eadem*, quod si terminus N diametri obliquæ maioris paraboles cuius centrum P cadit inter EG & vertices O, o tunc radius EB ad radium OP maiorem rationem habebit quã ad OS, seu quam differentia ipsarum MA, IL ad sextantem summæ earundem. & in minori obliqua maiorem rationem quam summa ipsarum MA, IL ad sextantem differentiæ earundem.

PROPOSITIO XVIII. *Tab. VIII. Fig. 1.* Conoidis parabolici recti ABC si radij EB triens EX æqualis, maior vel minor fuerit semi erecto EF. reperiri potest fluidum in quo conoides situ inclinato quiescat innatando tota base & parte axis extantibus; sed oportet, vt fluidi grauitas ad solidi grauitatem in specie sit in maiori pro-ptione quam qua-ti differentiæ basium AC, & IH frusti parabolæ rectæ ad qua-tum sextantis summæ earundem basium.

Intra parabolam conoidis recti genitricem ABC a includatur obliqua maior parabola ROS, vt recta
a *hui.* 11. 14. 15. *et* 16. ME coniungens centra perp-laris sit ad RS. & quia siue EX æqualis

ma-

maior, vel minor fuerit quam EF, semper obliqua basis inclusa RS cadit supra terminum A versus O; ideo diametri obliquæ parabolæ ON terminus N cadit supra ordinatam EG versus O. quare *b* axis radius EB ad radium MO maiorem proportionem habebit quam differentia basium frusti AC, HI ad sextantem summæ earundem; & proinde *c* qua-tum EB ad qua-tum MO erit in maiori ratione quam qua-ti ex recta AC minus HI ad qua-tum sextantis summæ earundem AC, HI. & reperiatur *d* fluidum RST quod ad solidum ABC in grauitate specifica sit vt qua-tum EB ad qua-tum MO. & immittatur conoides ABC base extante intra fluidum, quousque fluidi superficies attingat ellipsim per RS ductam perp-lariter ad planum paraboles ABC. & quia *e* vt qua-um EB ad qua-tum MO, ita est conoides ABC ad conoidem ROS, & solidum *f* ABC ad partem demersam ROS est vt fluidi ad solidi grauitatem specificam. ergo conoides ABC quiescet in tali profunditate innatando, nec *g* flectetetur ad dexteram vel sinistram partem, quia recta MEy coniungens centra *h* grauitatum conoidum, & M & Y partium extantis & demersæ perp-laris est ad fluidi superficiem SR. & ostensum fuit quod qua-tum EB ad

b *hui. 17. coroll.*

c IV.18

d *huius ex 5.*

e *conoid. 12.*

f *hui. 5.*

g *hui. 8*

h *æquip 17.*

qua-

qua-tum MO, seu fluidi ad solidi grauitatem in specie maiorem rationem habet quam qua-tum ex recta CA minus IH ad qua-tum sextantis summæ earundem CA, IH. factum est ergo problema.

PROPOSITIO XIX. *Tab. VIII. Fig.* 2. Ijsdem positis reperiri potest fluidum in quo conoides ABC situ inclinato quiescat innatando tota base, & parte axis depressis, sed oportet vt fluidi ad solidi grauitatem in specie minorem rationem habeat quam qua-tum ex AC minus IH ad excessum huius qua-ti supra qua-tum sextãtis summæ AC & IH.

a *hui.* 18. Vt prius a ostendetur quod qua-tũ EB ad qua-tum MO est in maiori ratione quam qua-tum ex CA minus IH ad qua-tum sextantis summæ earundem. ergo per conuersionem rationis qua-tum EB ad differentiã qua-torum ex EB & ex MO minorem pro-tionem habebit quam quadratum ex CA minus IH ad excessum huius qua-ti supra qua-tum sextantis summæ CA, & IH. & b

b *hui.* ex 5. reperiatur fluidum RSV quod ad solidum ABC in specifica grauitate sit vt qua-tum EB ad excessum huius supra qua-tum MO. & immittatur solidum ABC base depressa intra fluidum, quousque fluidi superficies tangat planum per SR ductum

ere-

erectum ad planum parabolæ ABC. & quia c vt qua-tum EB ad eius excessum supra qua-tum MO, ita est conoides ABC ad eius frustum AR SC demersum, & ita d est fluidum ad solidum in grauitate specifica. ergo conoides quiescet in tali positura innatando depressa tota base & parte axis. & ostensum est quod quadratum EB ad eius excessum supra quadratum MO seu fluidi ad solidi grauitatem in specie minorem proportionem habet quam quadratum ex CA minus IH ad excessum huius quadrati supra quadratum sextantis sumæ earundem AC, IH. Quod &c.

c cono. 12.

d hui.5 et 8.

PROPOSITIO XX. *Tab. VIII. Fig. 3.* Conoidis parabolici ABC si radij triens EX maior fuerit semierecto EF reperiri potest fluidum in quo conides ABC situ inclinato quiescat innatando tota base & toto axe extantibus; sed oportet vt fluidi ad solidi specificam grauitatem habeat maiorem proportionem quam quadratum ex summa basium frusti AC, IH ad quadratum sextantis AC minus IH.

Intra parabolam ABC genitricem conoidis a includatur minor obliqua parabola ROS, vt recta ME coniungens centra perpendicularis sit ad RS b eritque quadratum radij EB

a hu.16

b hu.17 cor.

EB ad quadratum radij MO im maiori ratione quam quadratum summæ AC, IH ad quadratum sextantis differentiæ earundem AC, IH. &
c hui. 5 *e* reperiatur fluidum RS quod ad solidum ABC in specifica grauitate sit vt quadratum EB ad quadratum MO. Postea imponatur solidum ABC supra fluidum base & axe extantibus quousque fluidi superficies vt prius attingat planum per RS perpendiculariter ductum ad planum paraboles ABC. Et quia *d* vt qua-
d conoi. 12. dratum EB ad quadratum MO, ita est conoides ABC ad ROS demersum, & ita *e* quoque est fluidi ad so-
e hui. 5 et 8. lidi grauitatem in specie. ergo conoides quiescet in tali positura innatando toto axe & base extantibus. & ostensum est quod quadratum EB ad quadratum MO seu fluidi ad solidi grauitatem in specie maiorem proportionem habet quam quadratum ex summa CA & IH ad quadratum sextantis differentiæ earundem AC, IH. Quod erat &c.

PROPOSITIO XXI. *Eadem fig.* 3. Iisdem positis reperiri potest fluidũ in quo conoides ABC situ inclinato quiescat innatando tota base & axe integro depressis. sed oportet vt fluidi ad solidi grauitatem in specie in minori ratione sit quam quadrati summæ ipsarum AC, IH ad
excess-

exceſſum huius quadrati ſupra quadratum ex ſextante differentiæ earumdem AC & IH.

Hoc demonſtratur eodem progreſſu quo in duabus præcedentibus propoſitionibus vſi ſumus.

PROPOSITIO XXII. *Tab.VIII. Fig.* 4.5. Si conoidis parabolici recti ABC radius EB æqualis aut minor fuerit ſemi erecto EF parabolæ genitricis eius. Dico quod conoides non quieſcet innatando ſupra quodlibet fluidum eo grauius ſitu inclinato, baſe tota extante, vel depreſſa; ſed ſponte ad rectã poſiturã redibit.

Quia conoides ABC ſecatur à plano ſuperficiei fluidi RS, ab hoc ſecatur conoides obliquus extans vel demerſus SOR, cum baſis AC tota extans vel tota demerſa ſupponatur. Et per duos axes BD, & ON ducto plano hoc *a* efficiet duas parabolas ABC & ROS per quarum centra M, & E ducatur recta ME, & alia MX perpend-ris ad BE, & hæ intercipient EX, minorem quam ſit ſemi erectus EF (eo quod integer radius EB non ſit maior quam EF) *b* ergo recta ME efficiet angulum MZR, ſeu EZS acutum. Et quia MN eſt triens axis ON erit *c* M centrum grauitatis conoidis ROS. Et ſimiliter E erit centrum grauitatis conoidis ABC;

a conoid 5.

b lin.13

c equip 17.

d æquip. 3. corl. quare recta ME producta *d* transi per centrum grauitatis residui ARS C, quod sit Y: & efficit angulum MzR, seu EzS acutum. Ergo soli-
e hui. 8 dum ABC *e* flectetur ad partes an guli acuti, & talis flexio tandiù perseuerabit quamdiu axis inclinatio perseuerat, quæ solummodo in situ axis erecto cessat. Quare &c.

PROPOSITIO XXIII. *Tabula VIII. Fig. 6. 7.* Cuiuslibet conoidis parabolici ABC, cuius semierectus E F minor sit quam radius EB, si axis BD magis vel minus inclinetur quã exigit positura stabilitatis ad superficiem conuenientis fluidi extante vel demersa tota base AC. non quiescet conoides, sed sponte redibit ad eandẽ inclinatã positurã stabilitatis.

Reperiatur stabilitatis *a* positu-
a hui. 18. 19. 20. 21. ra inclinata in qua conoides ABC quiescat innatando base tota extante vel depressa in conuenienti fluido; sitque pars demersa vel extans conoides obliquus ROS, cuius radius MO, & coniuncta ME centra connectens *b* perpendicularis erit ad superficiem fluidi transeuntis per RS:
b hui. 8. & patet quod in tali positura stabilitatis axis DB exigit determinatum angulum DTR cum superficie fluidi per RS: transeunte. Iam si axis DB erigatur vt perpendiculariter insistat super fluidi superficiem, tunc

plane

plane quiefcet conoides *c* dum in illa pofitura perfiftit. *c b xi.8.*

At fi deuiat ab illa erecta pofitura; vt angulus DVG factus ab axe cum fuperficie fluidi GL fit acutus, fed fit maior quam DTR, tunc non redire ad erectam fed ad inclinatam ftabilitatis pofituram, fic oftendetur. poft tranflationem pars demerfa vel extans fit conoides obliquus GHL cuius axis IH, & radius KH. Et quia recta Ry ex puncto R parallela GL cadit inter bafes AC, & RS, facile deducitur quod diameter IH cadit inter NO & DB. Poftea quia idem *d* fluidum ad eundem conoidem innatantem eandem rationem habet quam folidum A B C ad eius partes demerfas; ergo partes demerfæ æquales interfe funt, & proinde in cafu bafis extantis duo conoides ROS & GHL demerfi æquales interfe erunt, & in cafu bafis demerfæ ijdem conoides extantes pariter interfe erunt æquales. ergo illius *e* axis NO æqualis eft axi IH, proindeque eorum radij MO, KH æquales quoque erunt. poftea a punctis O, H & K ducantur ad axim DB perpendiculares OP, HQ & KX; quia MO magis recedit ab axe DB quam diftet IH. ergo ex conicis axis abfciffa PB maior eft quam QB, & eifdem additis æqualibus F P, & XQ, quæ æquantur MO & *d b xi.5.* *e conoid 12.*

M 2 KH

KH æqualibus in parallelogramis; erit summa BF maior quam BX; ideoque XE maior erit semierecto
f hu. 13. FE. quare coniuncta recta EK f efficiet angulum EzG acutum. & EK
g æquep 17. coniungit g centra grauitatum K partis
h hui. 8 demersæ vel extantis & E totius conoidis. igitur h conoides ABC flectetur ad partes anguli acuti D VG.

Secundo angulus DVG fiat minor, scilicet acutior quam DTR; ostendetur vt prius quod conoidis GHL axis IH magis recedit ab axe DB quam NO; & axis abscissa B Q maior quam BP, & additis æqualibus radijs HK, OM, seu QX, PF fiet BX maior quam BF, & ideo X E minor erit quam FE semierecto
i hu. 13 axis BD. quare i recta KE coniungens centra grauitatum l K & E effi-
l æquep 17. cit angulum EzG obtusum. igitur
m hu. 8 m flectetur conoides ABC ad partes anguli acuti EzL. Et hoc semper efficietur, quousque fluidi superficies GL restituatur ad planum per RS transeuntem vbi est positura inclinata stabilitatis. Quod erat &c.

Et actenus faciliori methodo exposuimus ea omnia quæ in libro secundo insidentium in fluido Archimedis extant, de positura Conoidum parabolicorum innatantium.

Post hæc ob argumenti similitudinem aggemus de positura quam seruant

uant Coni innatantes, quæ exigunt nouas definitiones.

DEFINITIONES TERTIÆ.

Tab. VIII. Fig. 8. Si intra triangulum GAH per axim CA coni recti ductum à medio punctoC basis HG, ad latera GA, HA ducantur perpendiculares CB, & CD. Voco inscriptum quadrilaterum CBAD *Romboidalem*. VIII.

Et rectam lineam BD angulos rectos coniungentem voco *basem Romboidis* & AC *axim* eius, atque AE axis *portionem vertici conterminalem*, & CE *basi contiguam axis portionem*. IX.

PROPOSITIO XXIV. *Tabula VIII. Fig. 9.* In triangulo isoscele ABD si recta EF secans basim BD in C effecerit duo laterum segmenta BE & DF æqualia. Dico quod EF secatur bifariam in C; & è conuerso.

Ducatur EO parallela DE secans DB productam in O. Et quia triangulũEOB *a* est simile triangulo isoscelio, ob parallelas AD, EO. erit in isoscele EBO latus EO æquale EB, siue DF. postea in triangulis *b* similibus EOC, FCD, cum homologa latera parallela EO, FD æqualia ostensa sint. erunt reliqua homologa EC & CF æqualia inter se. a IV.7. b IV.4.

 E con-

E contra positis EC, CF æqualibus, in triangulis similibus eisdem latera homologa EO siuæ BE & DF æqualia erunt;

Corollarium Hinc percipitur quod si EB maior fuerit quam DF. erit quoque EC maior quam CF, ob eandem triangulorum similitudinem, & è conuerso.

PROPOSITIO XXV. *Tabula VIII. Fig.* 10. In cono ABC recto cuius axis BG, & obliquo DBF ab eadem superficie compræhensis, si planum per axim BG ductum perpendiculare quoque fuerit ad basim coni obliqui, & efficiat duo triangula ABC, & DBF æqualia. Dico quod coni ipsi sunt æquales: & è conuerso.

Secta FD bifariam in H, & per H ducto plano MLN perpendiculare ad idem triangulum ABF, erunt

a VI. ex 8. & 2. *a* LH & EP communes sectiones basium perpendicularium ad planum ABF, perpendiculares quoque ad FD, AC & MN in eodem plano existentes. Et quia triangula ABC, & DBF æqualia supponuntur, ablato communi trapetio DBCE, erunt triangula FEC & AED æqualia; & ideo circa angulos æquales ad

b IX. 14 verticem E *b* erunt latera reciproca FE ad ED vt AE ad EC; & componen-

ponendo FD ad DE erit vt AC ad CE, & semisses antecedentiũ FH ad DE erit vt AG ad CE, & permutando vt FH ad AG ita erit FE ad AE & DE ad CE. quare *c* quadratum FH ad quadratum AG erit vt rectangulum FED ad rectangulum AEC, seu *d* vt rectangulum FHD vel quadratum FH ad rectangulum MHN, vel *e* ad ei æquale quadratum HL in semicirculo. igitur idem quadratum FH eandem rationem habet ad duo quadrata ex AG & ex HL, quæ proinde æqualia interse erunt. Quia vero *f* ellipsis FLD ad circulum APC est vt rectangulum FHL ad quadratum AG seu vt *g* recta FH ad AG (ob altitudines æquales HL, AG) vel vt dupla FD ad duplam AC. ergo Ellipsis FLD ad circulum APC est vt recta FD ad rectam AC. Verum ob triangulorum FBD, & ABC æqualitatem *h* vt basis FD ad basim AC ita est reciprocè altitudo BG ad altitudinem BK, perpendiculariter ductam ad FD, & hæ perpendiculares sunt quoque altitudines conorum. ergo vt obliqui coni basis FPD ad recti coni basim APC ita est reciprocè huius altitudo BG ad illius altitudinem BK. proindeque coni *i* BDF & BAC sunt æquales interse.

c IV.18
d *conic.* 9.
e IV.9. *et* 14. *cor.* 1.
f *conoi-dib.* 3.
g IV.1.
h IV.14
i VI.32

Postea sit conus rectus ABC æqualis obliquo cono BFLD, & per

axim BG ducto plano perpendiculari quoque ad basim FLD. Dico triangulum FBD æquale esse triangulo ABC. Si hoc verum non est
l IV.21 fiat *l* triangulum MBN æquale FBD & simile ipsi ABC. Et compleatur conus rectus, BMLN, hic ex prima parte erit æqualis eidem cono BDLF. quare duo coni ABPC, & AMLN æquales sunt interse, pars & totum quod est impossibile. Quare &c.

PROPOSITIO XXVI. *Figura eadem* Iisdem positis. Dico quod portio lateris FC maior est quam AD, & FE maior quam ED.

Coniungantur AF, DC & ducatur DO parallela AC. Quia triangula ABC, & FBD supponuntur æqualia, ablato communi triangulo CDB, erit triangulum ADC æquale triangulo FDC, & habent basim
a IV.ex 1. DC communem: ergo *a* AF parallela est DC; & ideo *b* FC ad CB erit
b IV.2. vt AD ad DB; estque BC maior quam BD (cum latera AB, CB in isoscele sint æqualia) igitur FC maior est quam AD, seu quam CO;
c eadē estque *c* FE ad ED vt FC ad CO. ergo etiam FE maior est quam ED. Quod &c.

PROPOSITIO XXVII. *Tab. VIII. Fig.* 11. Si in Cono recto, G

AH

AH linea EF obliquè ſecans baſim BD romboidalis abſcindit laterum portiones BE, DF æquales interſe. Dico quod CL perpendicularis à centro C ad EF ducta ſecat bifariam eandem EF in L.

Coniungantur rectæ CE, CF. Quia triangula CGB, CHD habent angulos G & H æquales ad baſim iſoſcelis GAH, & angulos *a* B & C rectos in romboidali; atque hypothenuſas GC, HC æquales ex centro circuli GH. ergo latera *b* CB, CD æqualia ſunt. Poſtea in triangulis CBE, CDF circa rectos angulos B, D latera GB, CD fuerunt æqualia, & latera BE, DF ex hypotheſi ſunt æqualia. ergo baſes CE, CF æquales erunt; & ideo triangulum ECF erit iſoſceles, in quo recta CL perpendiculariter ad baſim EF ducta ſecabit eandem EF bifariam in L, in quo puncto pariter ſecat baſim romboidalis.

a def. 8.

b I. 25.

PROPOSITIO XXVIII. *Tab. VIII. Fig.* 12. Iiſdem poſitis ſi obliqua EF vbicunq; ducta effecerit ſegmentum BE minus quam DF. Dico quod CL perpendicularis ad EF propior eſt minori ſegmento E B quam maiori DF.

Facta eadem conſtructione. Quia in triangulis CBE, & CDF: circa rectos angulos B & D duo latera *a* a hu. 27

EB ad quadratum radij MO im maiori ratione quam quadratum summæ AC, IH ad quadratum sextantis differentiæ earundem AC, IH. &

c hui. 5 *c* reperiatur fluidum RS quod ad solidum ABC in specifica grauitate sit vt quadratum EB ad quadratum MO. Postea imponatur solidum ABC supra fluidum base & axe extantibus quousque fluidi superficies vt prius attingat planum per RS perpendiculariter ductum ad planum paraboles ABC. Et quia *d* vt qua-

d conoi. 12. dratum EB ad quadratum MO, ita est conoides ABC ad ROS demersum, & ita *e* quoque est fluidi ad so-

e hui. 5 et 8. lidi grauitatem in specie. ergo conoides quiescet in tali positura innatando toto axe & base extantibus. & ostensum est quod quadratum EB ad quadratum MO seu fluidi ad solidi grauitatem in specie maiorem proportionem habet quam quadratum ex summa CA & IH ad quadratum sextantis differentiæ earundem AC, IH. Quod erat &c.

PROPOSITIO XXI. *Eadem fig.* 3. Iisdem positis reperiri potest fluidũ in quo conoides ABC situ inclinato quiescat innatando tota base & axe integro depressis. sed oportet vt fluidi ad solidi grauitatem in specie in minori ratione sit quam quadrati summæ ipsarum AC, IH ad

exces-

excessum huius quadrati supra quadratum ex sextante differentiæ earumdem AC & IH.

Hoc demonstratur eodem progressu quo in duabus præcedentibus propositionibus vsi sumus.

PROPOSITIO XXII. *Tab. VIII. Fig.* 4.5. Si conoidis parabolici recti ABC radius EB æqualis aut minor fuerit semi erecto EF parabolæ genitricis eius. Dico quod conoides non quiescet innatando supra quodlibet fluidum eo grauius situ inclinato, base tota extante, vel depressa; sed sponte ad rectã positurã redibit.

Quia conoides ABC secatur à plano superficiei fluidi RS, ab hoc secatur conoides obliquus extans vel demersus SOR, cum basis AC tota extans vel tota demersa supponatur. Et per duos axes BD, & ON ducto plano hoc *a* efficiet duas parabolas ABC & ROS per quarum centra M, & E ducatur recta ME, & alia MX perpend.ris ad BE, & hæ intercipient EX, minorem quam sit semi erectus EF (eo quod integer radius EB non sit maior quam EF) *b* ergo recta ME efficiet angulum MZR, seu EZS acutum. Et quia MN est triens axis ON erit *c* M centrum grauitatis conoidis ROS. Et similiter E erit centrum grauitatis conoidis ABC;

a *conoid* 5.

b *hu*.13

c *equip* 17.

d æquip. 3. corl. quare recta ME producta *d* transit per centrum grauitatis residui ARSC, quod sit Y: & efficit angulum, MzR, seu EzS acutum. Ergo solidum ABC *e* flectetur ad partes anguli acuti, & talis flexio tandiù perseuerabit quamdiu axis inclinatio perseuerat, quæ solummodo in situ axis erecto cessat. Quare &c.

e hui. 8

PROPOSITIO XXIII. *Tabula VIII. Fig. 6. 7.* Cuiuslibet conoidis parabolici ABC, cuius semierectus EF minor sit quam radius EB, si axis BD magis vel minus inclinetur quã exigit positura stabilitatis ad superficiem conuenientis fluidi extante vel demersa tota base AC. nonquiescet conoides, sed sponte redibit ad eandẽ inclinatã positurã stabilitatis.

Reperiatur stabilitatis *a* positura inclinata in qua conoides ABC quiescat innatando base tota extante vel depressa in conuenienti fluido; sitque pars demersa vel extans conoides obliquus ROS, cuius radius MO, & coniuncta ME centra connectens *b* perpendicularis erit ad superficiem fluidi transeuntis per RS: & patet quod in tali positura stabilitatis axis DB exigit determinatum angulum DTR cum superficie fluidi per RS: transeunte. Iam si axis DB erigatur vt perpendiculariter insistat super fluidi superficiem, tunc plane

a hu. 18. 19. 20. 21.

b hui. 8.

plane quieſcet conoides *c* dum in illa poſitura perſiſtit. *c hui.8.*

At ſi deuiat ab illa erecta poſitura; vt angulus DVG factus ab axe cum ſuperficie fluidi GL ſit acutus, ſed ſit maior quam DTR, tunc non redire ad erectam ſed ad inclinatam ſtabilitatis poſituram, ſic oſtendetur. poſt tranſlationem pars demerſa vel extans ſit conoides obliquus GHL cuius axis IH, & radius KH. Et quia recta Ry ex puncto R parallela GL cadit inter baſes AC, & RS, facile deducitur quod diameter IH cadit inter NO & DB. Poſtea quia idem *d* fluidum ad eundem conoidem innatantem eandem rationem habet quam ſolidum ABC ad eius partes demerſas; ergo partes demerſæ æquales interſe ſunt, & proinde in caſu baſis extantis duo conoides ROS & GHL demerſi æquales interſe erunt, & in caſu baſis demerſæ ijdem conoides extantes pariter interſe erunt æquales. ergo illius *e* axis NO æqualis eſt axi IH, proindeque eorum radij MO, KH æquales quoque erunt. poſtea à punctis O, H & K ducantur ad axim DB perpendiculares OP, HQ & KX; quia MO magis recedit ab axe DB quam diſtet IH. ergo ex conicis axis abſciſſa PB maior eſt quam QB, & eiſdem additis æqualibus FP, & XQ, quæ æquantur MO & *d hui.5.* *e conoid 12.*

KH æqualibus in parallelogramis; erit ſumma BF maior quam BX; ideoque XE maior erit ſemierecto FE. quare coniuncta recta EK *f* efficiet angulum EzG acutum. & EK coniungit *g* centra grauitatum K partis demerſæ vel extantis & E totius conoidis. igitur *h* conoides ABC flectetur ad partes anguli acuti DVG.

f hu.13.
g æquep 17.
h hui.8

Secundo angulus DVG fiat minor, ſcilicet acutior quam DTR: oſtendetur vt prius quod conoidis GHL axis IH magis recedit ab axe DB quam NO; & axis abſciſſa BQ maior quam BP, & additis æqualibus radijs HK, OM, ſeu QX, PF fiet BX maior quam BF, & ideo XE minor erit quam FE ſemierecto axis BD. quare *i* recta KE coniungens centra grauitatum *l* K & E efficit angulum EzG obtuſum. igitur *m* flectetur conoides ABC ad partes anguli acuti EzL. Et hoc ſemper efficietur, quouſque fluidi ſuperficies GL reſtituatur ad planum per RS tranſeuntem vbi eſt poſitura inclinata ſtabilitatis. Quod erat &c.

i hu.13
l æquep 17.
m hu.8

Et actenus faciliori methodo expoſuimus ea omnia quæ in libro ſecundo inſidentium in fluido Archimedis extant, de poſitura Conoidum parabolicorum innatantium.

Poſt hæc ob argumenti ſimilitudinem aggemus de poſitura quam ſeruant

uant Coni innatantes, quæ exigunt nouas definitiones.

DEFINITIONES TERTIÆ.

Tab. VIII. Fig. 8. Si intra triangulum GAH per axim CA coni recti ductum à medio puncto C basis HG, ad latera GA, HA ducantur perpendiculares CB, & CD. Voco inscriptum quadrilaterum CBAD *Romboidalem*. VIII.

Et rectam lineam BD angulos rectos coniungentem voco *basem Romboidis* & AC *axim* eius, atque AE axis *portionem vertici conterminalem*, & CE *basi contiguam axis portionem*. IX.

PROPOSITIO XXIV. *Tabula VIII, Fig.* 9. In triangulo isoscele ABD si recta EF secans basim BD in C effecerit duo laterum segmenta BE & DF æqualia. Dico quod EF secatur bifariam in C; & è conuerso.

Ducatur EO parallela DE secans DB productam in O. Et quia triangulū EOB *a* est simile triangulo isoscelio, ob parallelas AD, EO. erit in isoscele EBO latus EO æquale FB, siue DF. postea in triangulis *b* similibus EOC, FCD, cum homologa latera parallela EO, FD æqualia ostensa sint. erunt reliqua homologa EC & CF æqualia inter se. a IV.7. b IV.4.

E contra positis EC, CF æqualibus, in triangulis similibus eisdem latera homologa EO siuæ BE & DF æqualia erunt;

Corollarium Hinc percipitur quod si EB maior fuerit quam DF, erit quoque EC maior quam CF, ob eandem triangulorum similitudinem, & è conuerso.

PROPOSITIO XXV. *Tabula VIII. Fig.* 10. In cono ABC recto cuius axis BG, & obliquo DBF ab eadem superficie compræhensis, si planum per axim BG ductum perpendiculare quoque fuerit ad basim coni obliqui, & efficiat duo triangula ABC, & DBF æqualia. Dico quod coni ipsi sunt æquales: & è conuerso.

Secta FD bifariam in H, & per H ducto plano MLN perpendiculare ad idem triangulum ABF, erunt
a VI. ex 8. & 2. *a* LH & EP communes sectiones basium perpendicularium ad planum ABF, perpendiculares quoque ad FD, AC & MN in eodem plano existentes. Et quia triangula ABC, & DBF æqualia supponuntur, ablato communi trapetio DBCE, erunt triangula FEC & AED æqualia; & ideo circa angulos æquales ad
b I V. 14 verticem E *b* erunt latera reciproca FE ad ED vt AE ad EC; & componen-

ponendo FD ad DE erit vt AC ad CE, & semisses antecedentiũ FH ad DE erit vt AG ad CE, & permutando vt FH ad AG ita erit FE ad AE & DE ad CE. quare *c* quadratum FH ad quadratum AG erit vt rectangulum FED ad rectangulum AEC, seu *d* vt rectangulum FHD vel quadratum FH ad rectangulum MHN, vel *e* ad ei æquale quadratum HL in semicirculo, igitur idem quadratum FH eandem rationem habet ad duo quadrata ex AG & ex HL, quæ proinde æqualia interse erunt. Quia vero *f* ellipsis FLD ad circulum APC est vt rectangulum FHL ad quadratum AG seu vt *g* recta FH ad AG (ob altitudines æquales HL, AG) vel vt dupla FD ad duplam AC. ergo Ellipsis FLD ad circulum APC est vt recta FD ad rectam AC. Verum ob triangulorum FBD, & ABC æqualitatem *h* vt basis FD ad basim AC ita est reciprocè altitudo BG ad altitudinem BK, perpendiculariter ductam ad FD, & hæ perpendiculares sunt quoque altitudines conorum. ergo vt obliqui coni basis FPD ad recti coni basim APC ita est reciprocè huius altitudo BG ad illius altitudinem BK. proindeque coni *i* BDF & BAC sunt æquales interse.

c IV.18
d *conic.* 9.
e IV.9. *et* 14. *cor.* 1.
f *conoi-dib.* 3.
g IV.1.
h IV.14
i VI.32

Postea sit conus rectus ABC æqualis obliquo cono BFLD, & per

axim BG ducto plano perpendiculari quoque ad basim FLD. Dico triangulum FBD æquale esse triangulo ABC. Si hoc verum non est
1 IV.21 fiat *l* triangulum MBN æquale FBD & simile ipsi ABC. Et compleatur conus rectus, BMLN, hic ex prima parte erit æqualis eidem cono BDLF. quare duo coni ABPC, & AMLN æquales sunt interse, pars & totum quod est impossibile. Quare &c.

PROPOSITIO XXVI. *Figura eadem* Iisdem positis. Dico quod portio lateris FC maior est quam AD, & FE maior quam ED.

Coniungantur AF, DC & ducatur DO parallela AC. Quia triangula ABC, & FBD supponuntur æqualia, ablato communi triangulo CDB, erit triangulum ADC æquale triangulo FDC, & habent basim
a IV.ex 1. DC communem: ergo *a* AF parallela est DC; & ideo *b* FC ad CB erit
b IV.2. vt AD ad DB; estque BC maior quam BD (cum latera AB, CB in isoscele sint æqualia) igitur FC maior est quam AD, seu quam CO;
c eadē estque *c* FE ad ED vt FC ad CO. ergo etiam FE maior est quam ED. Quod &c.

PROPOSITIO XXVII. *Tab. VIII, Fig.* 11. Si in Cono recto, G

AH

AH linea EF obliquè secans basim BD romboidalis abscindit laterum portiones BE, DF æquales interse. Dico quod CL perpendicularis a centro C ad EF ducta secat bifariam eandem EF in L.

Coniungantur rectæ CE, CF. Quia triangula CGB, CHD habent angulos G & H æquales ad basim isoscelis GAH, & angulos *a* B & C rectos in romboidali; atque hypothenusas GC, HC æquales ex centro circuli GH. ergo latera *b* CB, CD æqualia sunt. Postea in triangulis CBE, CDF circa rectos angulos B, D latera CB, CD fuerunt æqualia, & latera BE, DF ex hypothesi sunt æqualia. ergo bases CE, CF æquales erunt; & ideo triangulum ECF erit isosceles, in quo recta CL perpendiculariter ad basim EF ducta secabit eandem EF bifariam in L, in quo puncto pariter secat basim romboidalis.

a *def.* 8.

b *I.* 25.

PROPOSITIO XXVIII. *Tab. VIII. Fig.* 12. Iisdem positis si obliqua EF vbicunq; ducta effecerit segmentum BE minus quam DF. Dico quod CL perpendicularis ad EF propior est minori segmento E B quam maiori DF.

Facta eadem constructione. Quia in triangulis CBE, & CDF: circa rectos angulos B & D duo latera *a*

a *hu.* 27

CB, CD ostensa sunt æqualia, & latus BE supponitur minus quam DF. ergo basis CE minor est quam CF. Et ideo in triangulo CEF perpendicularis CL à vertice C minus distabit à minori latere CE quam à maiori CF, & proinde segmentum LE minus erit quam LF. Quod &c.

PROPOSITIO XXIX. *Tabula VIII. Fig.* 13. Conus rectus GAH in quo BD sit basis romboidalis CBAD, innatet supra fluidum cuius superficies sit EF tota base extante vel depressa, erecto triangulo GAH per axim ducto super fluidi superficiem EF, quæ efficiat segmenta BE & DF æqualia supra & infra basim romboidalis BD. Dico quod conus in tali positura inclinata quiescet.

A puncto intersectionis L ducantur rectæ LA, LC, & secentur CA, & LA in M, N vt sint CM ipsius CA, LN alterius LA quarta pars; coniungaturque recta NMO. Quia
a hu. 24 27. BE æqualis est DF. ergo EF *a* secatur bifariam in L à basi BD & a CL perpendiculari ad EF. patet CA esse axim & *b* M esse centrum
b æqui- pond. 15 grauitatis coni recti GAH, & LA esse axim, & N centrum grauitatis coni obliqui EAF; cumque AC ad CM sit vt AL ad LN earum qua-

dran-

drantes *c* erit NM, parallela ipsi LC, erat autem CL perpendicularis ad EF & ideo ad fluidi superficiem per EF transeuntem, & erectam ad planum trianguli GAH. Igitur recta MN coniungens centra grauitatũ M & N totius coni GHA & partis EFA & ideo centrũ residui O perpẽdicularis est ad fluidi superficiẽ per EF transeuntem. quare conus *d* GAH quiescet in tali obliqua positura. Quod &c. c I*V*.2. d *hui*.8.

PROPOSITIO XXX. *Tab. VIII. Fig.* 14. 15. Iisdem positis linea EF fluidæ superficiei abscindat vtrinque segmenta laterum à basi romboidali inæqualia BE minus quam DF. Dico conum AGH in tali positura inclinata non quiescere, sed flecti vt basis GH approximetur termino E segmenti minoris BE.

Facta eadem constructione. Quia BE minor est quam DF. ergo *a* CL perpendicularis ad EF eam inæqualiter secat, vt LE minor sit quam LF. quare secta EF bifariam in S, & coniunctis SA, SC, & ducta NMO abscindente CM, SN quadrantes axium, in triangulo CLS rectangulo in L erit angulus CSL, seu MTE *b* acutus ob æquidistantiam MN, & CS. quare recta ON coniungens centra grauitatũ partium extantis & demersæ inclinata est ad fluidi super- a *hu*.28 b I. 29.

ficiem per EF ductam. & proinde
a hui. 8 *c* conus flectetur ad partes acuti anguli. Quare &c.

PROPOSITIO XXXI. *Tabula VIII. Fig.* 16. 17. In cono recto GAH si axis AO portionis coni recti AFE extantis, vel demersæ in fluido FE in erecta positura, minor fuerit abscisso axe romboidali AN, & horum differentia ON æqualis aut maior sit quam residuum NC. Dico quod conus in tali fluido non habebit posituram stabilitatis inclinatam.

Inclinetur conus AGH in eodem fluido, vt eius superficies acquirat positionem IL obliquam ad aximAC, base tamen extante vel depres-
a hu. 5. sa, & quia idem *a* fluidum ad solidum in grauitate specifica est vt totus conus ad partes demersas. ergo coni EAF & IAL æquales sunt, pa-
b hu. 25 riterque triangula *b* EAF, & IAL sunt æqualia, & punctum L cadit inter EF & A, verum I cadit inter FE & GH. ergo quando punctum I cadit inter B & E necessario distantia BI minor erit quam DL. & quando I cadit inter B & G, quia ON æqualis aut maior ponitur quam NC erit quoque EB non minor quam BG (ob paralleias EF, BD, GH) & ideo distantia IB à basi romboidalis minor erit quam BE, seu DF, &
ad.

ad huc minor quam DL. igitur *c* conus in tali positura inclinata non cóſiſtet, ſed baſis flectetur. quare &c c 6 ni. 10

LEMMA Tab. VIII. Fig. 18. Si intra tri-lum Iſoſcelium GAH ductæ fuerint duæ rectæ BD, EF par-læ baſi GH, ſitque quadratum GE maius rec-gulo AG in PE dupla ipſius BE. Duci poterit obliqua linea IK efficiens tri-lum IAK æquale tri-lo EAF, ita vt ſegmentum lateris IB æquale ſit DK.

Quia quadratum GE ponitur maius rec-lo AG in PE, & è contra quadratũ ex P E minus eſt rec-gulo AP in eadẽ PE. ergo inter excedens latus quadrati GE & latus deficiens PE reperietur aliquod IE cuius quadratum æquale ſit rec-lo ex IA in PE, & proinde *a* tres AI, IE, EP pro-les erunt. Poſtea vt IA ad AE, ita *b* fiat AE ſeu ei æqualis AF ad AK. ergo *c* tri-lum IAK ab extremis contentum æquale eſt tri-lo iſoſcelio EAF ſub intermedijs compræhenſum. Inſuper diuidendo IE ad EA erit vt FK ad KA, & permutando IE ad FK erit vt EA ſeu FA ad AK; ſeu vt IA ad AE & per conuerſionem rationis vt IE, ad IE minus FK ita erit IA ad IE; & vt IA ad IE, ita prius oſtenſa fuit IE ad EP. ergo IE minus FK æqualis eſt EP; proindeque IP æ- a IV. 14 cor. 2. b IV. 11 c IV. 14 Cor. 2.

qua-

qualis eſt FK; & ſunt PB & FD æquales eidem BE, ob par-las BD, EF, ideoque interſe. Igitur tota IB æqualis eſt totæ KD. quod &c.

PROPOSITIO XXXII. *Tab. VIII. Fig.* 19. 20. Iiſdem poſitis ſi eorundem axium differentia NO minor fuerit reſiduo axis NC, & quadratum CO maior fuerit rec-lo ſub CA & dupla NO. Dico quod in eodem fluido EF conus habebit obliquam poſituram ſtabilitatis baſe extante vel tota demerſa à qua ſi remoueatur ſponte redibit ad eam.

Quia in tri-lo GAH rectæ GH, BD, EF ſunt par-læ interſe. ergo

a 2. V. 2. *a* latera & axis ſecantur ab eis propliter, & propterea vt quadratum CO ad rec-gulum ex CA in duplum NO minus illo, ita quadratum GE erit ad rec-lum AG in duplum BE, quod pariter minus erit qua-to

b lemma præced. GE. quare *b* duci poterit linea obliquaIK efficiens tri-lum IAK æquale tri-lo EAF, vt ſegmenta IB & DK æqualia ſint interſe. & quia rectus conus GAH ſupponitur attingere in erecta poſitura fluidi ſuperficiem in circulo EF erecto ad tri-lum GAH, & in obliqua poſitura conus demerſus vel extans IAK cuius baſis IK planum per-lare eſt ad idem triangulum GAH, ſemper æqualis

c hui. 5 eſt cono recto EAF (*c* cum conus

GAH

GAH ad idem fluidum in grauitate specifica, sit vt pars demersa ad totum solidum) igitur *d* tri-la IKF & EAF æqualia sunt: & quia IK efficit segmenta IB & DK æqualia interse supra & infra basim romboidalem BD. *e* ergo conus GAH in tali positura inclinata innatando quiescet base tota extante vel depressa. Si postea conus flectatur ad latera G vel H. minuetur distantia IB vel magis augebitur quam DK. & ideo *f* conus non quiescet, sed redibit ad eandem inclinatam stabilitatis posituram. quod &c; d *hui.* 25. e *hui.* 29. f *hui.* 30

LEMMA II. *T. VIII. Fig.* 21. Si infra basim BD romboidalis CBAD habentis angulum BAD ad verticem trianguli Isoscelis rectum, vel obtusum, ducatur recta EF ei par-la. Dico quod duci potest recta aliqua vt IL abscindens triangulum scalenum IAL æquale abscisso EAF, vt segmenta IB & DL sint æqualia.

Quia existentibus angulis B, D & GAH rectis, erit romboidale C BAD *a* quadratum, ob isoscelem BAD; & ideò axis *b* CA bifariam secatur à BD basi romboidalis; pariterque GA bifariam secatur in B ob par-las GH, BD: at existente angulo BAD obtuso, cum anguli romboidalis B & D sint recti, erit angulis BCD acutus; hic vero atque a I. *ex* 34. b I *ex* 26. & IV. 2.

BAD

BAD obtusus insistunt super communem basim BD. ergo trianguli BCD altitudo CN maior est quam
c IV. 2. NA; & ideo c GB maior erit quam BA.

d IV. ex 14. Postea ex G ducatur GK d abscindens triangulum GAK æquale triangulo EAF. erit DK minor DA seu BA; & ostensa est GB non minor BA, ergo segmentum GB supra basim romboidalis maius est segmento infimo DK. similiter facto triangulo BAM æquale triangulo EAF segmentum supremum erit punctum B indiuisibile & infimum erit linea DM. quare in loco intermedio vt in I duci poterit triangulum IAL æquale triangulo EAF. ita vt segmeta IB & DL supra & infra basim romboidalis sint æqualia inter se quod &c.

PROPOS. XXXIII. *Tab. VIII. fig. eadem.* Si coni recti angulus verticis GAH non minor recto fuerit, in fluido in quo axis OA partis coni EAF demersi vel extantis in erecta positura minor fuerit axe NA abscisso romboidalis. Dico quod conus GAH habet obliquam posituram stabilitatis base tota extante vel depressa.

In triangulo per axim GAH ductum a sit triangulum IAL obliquum
a lem. 1 prec. æquale triangulo EAF, vt segmenta

IB, & DL sint æqualia; & inclinato cono, vt superficies fluidi attingat ellipsim IL per-larem ad planum GAH. patet *b* ex superius dictis quod conus quiescet in tali situ inclinato. ad quod sponte redibit si ab eo remoueatur. b huius 29

PROPOSITIO XXXIV. *Tab. VIII. Fig.* 22. 23. In cononatante GAH si AO axis coni recti demersi vel extantis in erecta positura non minor fuerit quam AN axis abscissus romboidalis. Dico quod conus non habebit obliquam posituram stabilitatis in tali fluido basi tota extante vel depressa, sed solummodo in erecta positura quiescet.

In triangulo per axim GAH ducatur obliquum triangulum IAL æquale triangulo EAF. erit semper *a* segmentum IE maius quam FL, & maiori IE addita intercepta EB, verum ex minori FL ablata portione FD æquali eidem EB, quando non coincidunt EF & BD. igitur in vtroque casu IB maius est quam LD. igitur *b* conus flectetur versus minus segmentum DL. & quia talis inæqualitas segmentorum IB & DL nunquam cessat in quacumque positura obliqua coni IAL base tota extante, vel demersa. Ergo nunquam posituram obliquam IAL stabilitatis habebit conus GAH in tali

a huius 26. b huius 30

tali fluido, sed *c* tantummodo quiescet in erecta positura. Quod &c.

c hui. 8

PROPOSIT. XXXV. *Tab. VIII. fig.* 24. Si conus GAH base tota extante habuerit inclinatam posituram stabilitatis innatando super fluidum cuius superficies IL. Dico quod fluidum ad solidum in grauitate specifica est in maiori ratione quam cubus axis CA ad cubum axis abscissi romboidalis NA.

Quia vt conus GAH habere possit obliquam posituram stabilitatis base extante, oportet vt pars conica EAF demersa in erecta positura minor sit cono abscisso romboidali BAD *a* vt dictum est; & pars conica demersa IAL in situ inclinato *b* æqualis est parti conicæ demersæ in situ erecto EAF. ergo conus GAH ad conum IAL maiorem rationem habetquam ad conum abscissum romboidalem BAD: sed conus *c* GAH ad sibi similem conum BAD est vt cubus axis AC ad cubum axis AN. igitur conus GAH ad conum IAL, scilicet ad eius partem demersam, nempe *d* grauitas fluidi ad solidi grauitatem in specie, habet maiorem proportionem quam cubus axis CA ad cubum axis NA. Quod &c.

a hui. 32. 33.
b hui. ex 5.
c VI. 37
d hui. 5

PRO-

PROPOSITIO XXXVI. *Tab. VIII. Fig.* 25. Iisdem positis base coni demersa. Dico quod fluidum ad solidum in grauitate specifica est in minori proportione quam cubus axis CA ad excessum eiusdem cubi supra cubum axis abscissi romboidalis NA.

Quia vt conus GAH base demersa habeat inclinatam stabilitis posituram necesse est vt *a* pars extans in erecta positura EAF minor sit cono abscisso romboidali BAD. quare vt mox dictum est conus GAH ad conum IAL maiorem rationem habebit quam cubus axis CA ad cubum axis NA; & diuidendo conus GAH ad frustum IGHL, seu *b* vt fluidum ad solidum in grauitate specifica minorem rationem habebit quam cubus axis CA ad excessum cubi CA supra cubum abscissi axis romboidalis NA. Quod erat &c.

a huius 32 33.

b huius 5

Libellum de arenæ numero non apposui quia facilis est, & ab alijs exacte explanatum fuit. Librum assumptorum ex arabico translatum nolui denuo excudere cum in meis commentarijs in postremos tres libros conicorum Apollonij eum ediderim.

FINIS.

ERRATA SIC CORRIGE

Pagina, Linea
9. 6. linea CF
21. AB ad diametrū in
10. 25. & si recta AB coniungit
14. 3. quotcumque
16. 32. BCF
21. 10. æqualis
22. 4. *Apol. I. 5.*
23. 14. *et IV. 14. cor. 2.*
23. 29. triangulo
24. 6. II. ex 2.
9. IV ex 22.
26. APSQ
25. 7. AOP ducitur à
33. NQ
27. 19. si
32. 34. coniungaturque
33. 22. & ipsi
40. 30 *& hui. 22.*
41. 29. diametro NK
44. 4. AEN
48. 34. parabolis b a
49. 13. Apol. III. 37.
50. 7. parallela
31. Apoll. III. 37.
53. 6. FG
55. 31. diametrum a b
56. 5. BX ad
58. 13. *Fig.* 36. 37. 38.
59. 30. erit MH (ex hui. 27)
35. AB erit GM
77. 19. æquale sit quadranti
88. 26. Apol. III. 47.
28. HC
31. contactum
90. 33. G & CBO
91. 16. EX, EO
92. 34. DFE in
93. 21. centro F
94. 15. *Fig.* 37
29. OBC
98. 27. genitæ in
99. 16. ad R
102. 5. elementari
105. 17. & $\frac{1}{8}$ proxime
19. PAC
20 PA, CA
30. QA, CA
110. 31. in d
114. 30. ad c f x
121. 11. ad sibi simile
123. 13. ASH
130. 8. *hui. 8. ex cor.*
131. 9. BKALC
131. 15 patet ex 8. huius
133. 24. MN
27. MOPN
148. 22. AHBCE
150. 7. AGD
151. 1. parallelis
152. 7. AFGR
154. 17. & æquè remotæ à basibus
156. 2. Spirale
161. 13. ACDH
166. 15. BG, EH
168. 2. est vt
19. EG in
169. 18. axim BD
171. 29. ad planū ABC, quæ
173. 2. quadratum GE
175. 5. par-la basi & interse
184. 11. ERA, seu CF ad SL
187. 8. ellipses
17. ONQ sunt
188. 6. ABC & sphæræ ONQ
192. 23. coaptatæ
202. 19. NHI est
20. vt NH ad HI
203. 7. BC
208. 10. polygoni BCDG
209. 30. KMO
216. 18. ad OD
217. 19. *hui. 12. cor.*

218.

218. 26. parallelogramū IK
222. 11. pyramide
225. 29. ordinatæ AD
241 9 quanta eſt
246. 2. dexteram in
5. ſiniſtram eiuſdem
25. nec parallelas
253. 16. EX ſit
17. EF eiuſdem
258. 22. radium Z o
259. 31. quadratum h A
267. 12. recta Rt
269. 23. parallela DF
270. 21. MLN par-lo ACP &
274. 11. *Fig.* 13, 14.
279. 3. triangula IAK